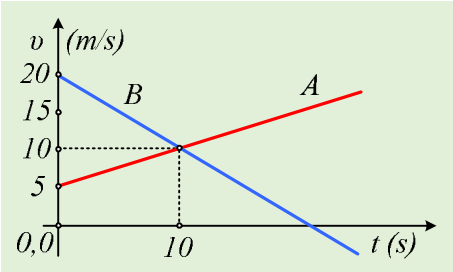
Δύο κινήσεις με σταθερές επιταχύνσεις

Κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x΄x κινούνται δύο σώματα Α και Β και στο διάγραμμα βλέπετε τις ταχύτητές τους σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα σώματα την στιγμή t_0=0, τα σώματα διέρχονται από την αρχή του άξονα (x=0).



i) Ένας συμμαθητής σας υποστηρίζει ότι την στιγμή t_1=10s τα δυο σώματα φτάνουν στην ίδια θέση. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

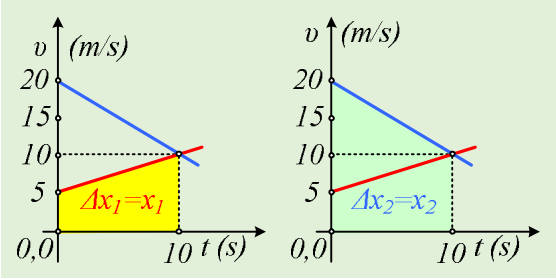
ii) Να υπολογίστε τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων.

iii) Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δυο σώματα την χρονική στιγμή t_2=12s;

iv) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_3 που τα σώματα θα βρεθούν στην ίδια θέση για δεύτερη φορά. Στη συνέχεια να βρείτε την θέση αυτή, καθώς και τις ταχύτητες των σωμάτων στη θέση αυτή.

Απάντηση:

i) Τη χρονική στιγμή t_1 τα σώματα έχουν ίσες ταχύτητες, αλλά βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις με το σώμα Β να προηγείται. Οι δυο μετατοπίσεις είναι αριθμητικά ίσες με τα εμβαδά των δύο χωρίων που έχουν χρωματισθεί στο διπλανό σχήμα. Από την σύγκριση είναι φανερό ότι το σώμα Β έχει μετατοπισθεί περισσότερο μέχρι τη στιγμή t_1.



ii) Τα δυο σώματα κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις (εκτελώντας ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις), αφού οι κλίσεις στο διάγραμμα υ-t είναι σταθερές και για τις δύο παραστάσεις. Για τις αλγεβρικές τιμές των επιταχύνσεων θα έχουμε:

$$\alpha_A = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{10-5}{10-0}\ {}^{m}/_{s^2} = 0{,}5\ {}^{m}/_{s^2}$$

$$\alpha_B = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{10-20}{10-0}\ {}^{m}/_{s^2} = -1\ {}^{m}/_{s^2}$$

iii) Για τις ταχύτητες και τις θέσεις των δύο σωμάτων έχουμε τις εξισώσεις:

Σώμα Α	*Σώμα Β*
$\upsilon_A = \upsilon_{A0} + \alpha_A t$ (1) $\Delta x_A = x_A = \upsilon_{A0} t + \frac{1}{2}\alpha_A t^2$ (2)	$\upsilon_B = \upsilon_{B0} + \alpha_B t$ (3) $\Delta x_B = x_B = \upsilon_{B0} t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2$ (4)

Αξίζει να προσέξουμε ότι οι εξισώσεις και της ταχύτητας και της θέσης για τα δυο σώματα, είναι ακριβώς **ίδιες**, αφού ίδια είναι και η κίνηση (ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη). Το αν αυξάνεται το μέτρο της

ταχύτητας, οπότε την κίνηση συνήθως την χαρακτηρίζουμε ως «επιταχυνόμενη», ή μειώνεται το μέτρο της, οπότε την αποκαλούμε ως «επιβραδυνόμενη», δεν μας οδηγεί να γράψουμε διαφορετικές εξισώσεις, αφού χρησιμοποιούμε αλγεβρικές τιμές μεγεθών και όχι τα μέτρα τους. Οπότε για t_2=12s, με αντικατάσταση στις εξισώσεις (2) και (4) παίρνουμε:

$$x_{A2} = \upsilon_{A0}t + \frac{1}{2}\alpha_A t^2 = 5 \cdot 12m + \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 12^2 m = 96m$$

$$x_{B2} = \upsilon_{B0}t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2 = 20 \cdot 12m + \frac{1}{2}(-1) \cdot 12^2 m = 168m$$

Βλέπουμε το σώμα Β να προηγείται, ευρισκόμενο πιο μακριά από την θέση x=0, από όπου ξεκίνησαν και τα δυο σώματα. Έτσι η απόσταση μεταξύ τους είναι:

$$d_2 = x_{B2} - x_{A2} = 168m - 96m = 72m$$

iv) Τα σώματα βρίσκονται στην ίδια θέση όταν x_A=x_B, οπότε με αντικατάσταση από τις εξισώσεις (2) και (4), παίρνουμε:

$$x_A = x_B \rightarrow \upsilon_{A0}t + \frac{1}{2}\alpha_A t^2 = \upsilon_{B0}t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2 \rightarrow$$

$$5t + \frac{1}{2}0{,}5 \cdot t^2 = 20t + \frac{1}{2}(-1)t^2 \rightarrow$$

$$3t^2 - 60t = 0 \rightarrow t = 0 \text{ ή } t = 20s$$

Η στιγμή t=0 αντιστοιχεί στην αρχική θέση, όπου για πρώτη φορά τα σώματα βρίσκονται στην ίδια θέση, οπότε τη στιγμή t_3=20s βρίσκονται για 2η φορά στην ίδια θέση. Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) βρίσκουμε την κοινή θέση:

$$x_3 = \upsilon_{A0}t + \frac{1}{2}\alpha_A t^2 = 5 \cdot 20m + \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 20^2 m = 200m$$

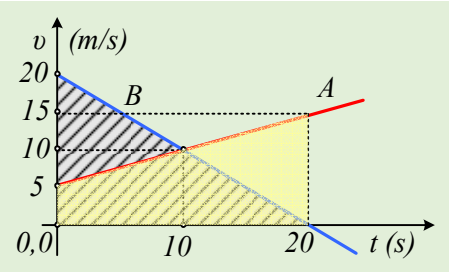
Ενώ την στιγμή αυτή τα σώματα έχουν ταχύτητες:

$$\upsilon_{A3} = \upsilon_{A0} + \alpha_A t = 5\,{}^{m}/_{s} + 0{,}5 \cdot 20\,{}^{m}/_{s} = 15\,{}^{m}/_{s}$$

$$\upsilon_{B3} = \upsilon_{B0} + \alpha_B t = 20\,{}^{m}/_{s} + (-1) \cdot 20\,{}^{m}/_{s} = 0$$

Σχόλιο:

Η στιγμή της 2ης συνάντησης, είναι η στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας του Β σώματος. Εύκολα μπορείτε να διαπιστώσετε ότι τα σχηματιζόμενα εμβαδά στο διπλανό διάγραμμα είναι ίσα…



dmargaris@gmail.com