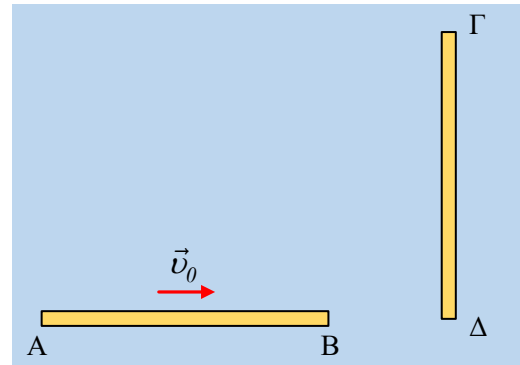


Ανελαστική ή πλαστική κρούση δύο ράβδων

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο όμοιες οριζόντιες ομογενείς ράβδοι μήκους $l=4\text{m}$ και μάζας $m=3\text{kg}$ η καθεμιά. Σε μια στιγμή εκτοξεύουμε την ράβδο AB με αρχική ταχύτητα $v_0=4\text{m/s}$ κάθετη προς την ράβδο ΓΔ, όπως στο σχήμα, οπότε τη στιγμή της κρούσης οι ράβδοι είναι κάθετες, ενώ συγκρούονται τα άκρα τους Β και Δ.



- i) Αν η ταχύτητα της πρώτης ράβδου AB μετά την κρούση έχει μέτρο $v_1=2,5\text{m/s}$, με φορά προς τα δεξιά, η κρούση μεταξύ των δύο ράβδων είναι:

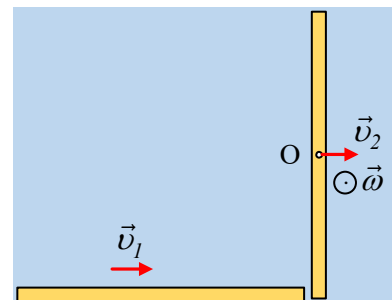
α) Ελαστική, β) Ανελαστική, γ) Πλαστική.

- ii) Ποια θα ήταν η αντίστοιχη απάντησή σας αν η ταχύτητα της πρώτης ράβδου μετά την κρούση είχε μέτρο $v_1=3,2\text{m/s}$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12} ml^2$.

Απάντηση:

- i) Κατά την διάρκεια της κρούσης οι ασκούμενες δυνάμεις στις δύο ράβδους, έχουν την διεύθυνση της ταχύτητας v_0 , με αποτέλεσμα η δεύτερη ράβδος, μετά την κρούση, να έχει ταχύτητα v_2 , της ίδιας διεύθυνσης με την v_0 και γωνιακή ταχύτητα, κατακόρυφη, όπως στο σχήμα.



Από την διατήρησης της ορμής παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \rightarrow mv_0 = mv_1 + mv_2 \rightarrow v_1 + v_2 = v_0 \quad (1)$$

Ενώ από την διατήρηση της στροφορμής, ως προς το μέσον O της δεύτερης ράβδου:

$$\vec{L}_{\text{πριν}} = \vec{L}_{\text{μετά}} \rightarrow mv_0 \cdot \frac{l}{2} = mv_1 \cdot \frac{l}{2} + I_{2,cm} \omega \rightarrow mv_0 \cdot \frac{l}{2} = mv_1 \cdot \frac{l}{2} + \frac{1}{12} ml^2 \omega$$

$$v_1 + \frac{1}{6} l\omega = v_0 \quad (2)$$

Από την (1) με αντικατάσταση βρίσκουμε $v_2=1,5\text{m/s}$ και από την (2) $\omega= 2,25\text{rad/s}$.

Για να βρούμε το είδος της κρούσης που είχαμε, υπολογίζουμε τις κινητικές ενέργειες:

$$K_{\text{πριν}} = K_1 = \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 4^2 \text{ J} = 24 \text{ J}$$

$$K_{\text{μετ}} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2 \xrightarrow{\text{αντικατάσταση}} K_{\text{μετ}} = 22,88 \text{ J}$$

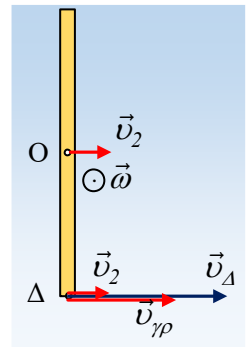
Βλέπουμε ότι $K_{\text{πριν}} > K_{\text{μετ}}$, άρα η κρούση είναι ανελαστική.

Μήπως όμως είναι ταυτόχρονα και πλαστική η κρούση; Δεν έχουμε παρά να εξετάσουμε την ταχύτητα του άκρου Δ, της δεύτερης ράβδου, αμέσως μετά την κρούση.

Με βάση το διπλανό σχήμα, η ταχύτητα του άκρου Δ είναι:

$$\vec{v}_{\Delta} = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho} \rightarrow v_{\Delta} = v_2 + \omega \frac{l}{2} = 1,5 \text{ m/s} + 2,25 \frac{4}{2} \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$$

Ενώ η ταχύτητα του άκρου Β της πρώτης ράβδου (που έρχεται σε επαφή με το Δ στη διάρκεια της κρούσης) αμέσως μετά την κρούση είναι $v_B = v_1 = 2,5 \text{ m/s}$, πολύ μικρότερη από την ταχύτητα του Δ. Έτσι η κρούση δεν θα μπορούσε να θεωρηθεί πλαστική.



- ii) Αν αντίθετα η ταχύτητα της AB μετά την κρούση είχε μέτρο $v_{11} = 3,2 \text{ m/s}$, τότε θα ίσχυαν οι ίδιες εξισώσεις, οπότε με αντικατάσταση στις (1) και (2) παίρνουμε:

$$v_{11} + v_{22} = v_0 \rightarrow v_{22} = 4 \text{ m/s} - 3,2 \text{ m/s} = 0,8 \text{ m/s}$$

$$v_{11} + \frac{1}{6} l \omega' = v_0 \rightarrow \omega' = \frac{6(4 - 3,2)}{4} \text{ rad/s} = 1,2 \text{ rad/s}$$

Πάμε τώρα στις κινητικές ενέργειες:

$$K'_{\text{μετ}} = K'_1 + K'_2 = \frac{1}{2} m v_{11}^2 + \frac{1}{2} m v_{22}^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega'^2 \xrightarrow{\text{αντικατάσταση}} K_{\text{μετ}} = 19,2 \text{ J}$$

Άρα και πάλι η κρούση είναι ανελαστική.

Μήπως μπορεί να θεωρηθεί και πλαστική;

Ας βρούμε ξανά την ταχύτητα του άκρου Δ της δεύτερης ράβδου, αμέσως μετά την κρούση:

$$\vec{v}'_{\Delta} = \vec{v}'_{cm} + \vec{v}'_{\gamma\rho} \rightarrow v'_{\Delta} = v_{22} + \omega' \frac{l}{2} = 0,8 \text{ m/s} + 1,2 \cdot \frac{4}{2} \text{ m/s} = 3,2 \text{ m/s}$$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τη στιγμή που ολοκληρώνεται η κρούση και σταματά η αλληλεπίδραση των δύο ράβδων, η ταχύτητα των άκρων Β και Δ, των δύο άκρων των ράβδων που έρχονται σε επαφή, είναι ίσες. Αλλά τότε θα μπορούσαμε να δούμε την κρούση σαν να έχει σχηματισθεί ένα προσωρινό συσσωμάτωμα, το οποίο στη συνέχεια βέβαια θα διαλυθεί, χωρίς όμως για τη διάλυση αυτή να είναι «υπεύθυνη» η κρούση, αφού αυτή έχει τερματισθεί.

Κατά συνέπεια έχουμε δικαίωμα την κρούση αυτή να την ονομάσουμε «πλαστική» έστω και αν το συσσωμάτωμα έχει «στιγμιαία» διάρκεια ή με άλλα λόγια έχει εφήμερη ύπαρξη!!!

dmargaris@gmail.com