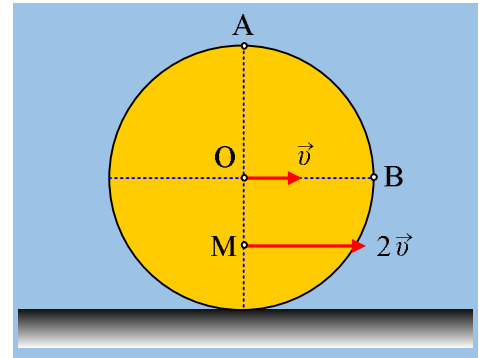


## Οι ταχύτητες σημείων ενός δίσκου

Στο διπλανό σχήμα ένας δίσκος κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα του κέντρου O ίση με  $v$ , ενώ ένα σημείο M της κατακόρυφης διαμέτρου, στο μέσον της ακτίνας, έχει επίσης ταχύτητα παράλληλη προς το έδαφος με ταχύτητα  $2v$ .



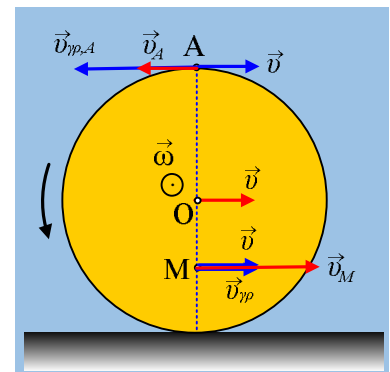
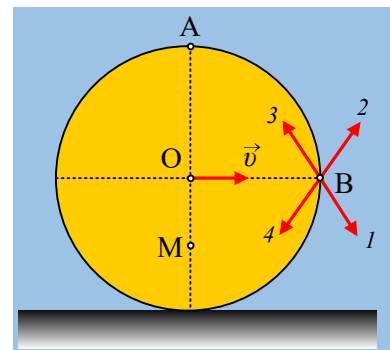
- i) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου της κατακόρυφης διαμέτρου A.
- ii) Ποιο από τα διανύσματα 1, 2, 3 και 4 παριστάνει την ταχύτητα του σημείου B, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας OB;
- iii) Η γωνία  $\theta$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του σημείου B με την οριζόντια διεύθυνση, μπορεί να έχει τιμή:

α)  $\theta < 45^\circ$ , β)  $\theta = 45^\circ$ , γ)  $\theta > 45^\circ$ .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**Απάντηση:**

- i) Αφού τα σημεία O και M έχουν διαφορετικές ταχύτητες, η κίνηση του δίσκου ΔΕΝ είναι μεταφορική. Θεωρώντας τώρα την κίνηση ως σύνθετη, μια μεταφορική με ταχύτητα του κέντρου O ίση με  $v$  και μια περιστροφή γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Αλλά για να έχει το σημείο M μεγαλύτερου μέτρου ταχύτητα από το O, θα πρέπει η γωνιακή ταχύτητα να έχει την φορά του διπλανού σχήματος (ο δίσκος στρέφεται αριστερόστροφα), οπότε η ταχύτητα του M θα προκύψει ως το διανυσματικό άθροισμα:



$$\vec{v}_M = \vec{v}_O + \vec{v}_{\gamma\rho} \rightarrow$$

$$2v = v + \omega \frac{R}{2} \rightarrow \omega R = 2v \quad (1)$$

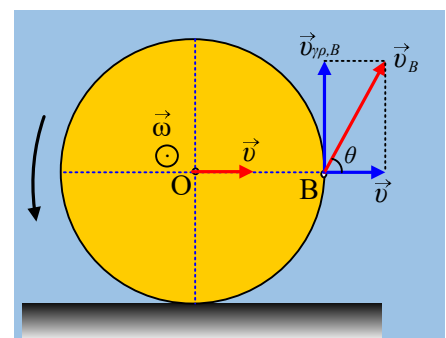
Αλλά τότε το άνω άκρο της κατακόρυφης διαμέτρου A, έχει τις ταχύτητες  $v$  και  $v_{\gamma\rho} = \omega R$ , όπως έχουν σημειωθεί στο σχήμα, οπότε η ταχύτητά του είναι οριζόντια, με αντίθετη φορά από την ταχύτητα του κέντρου O και μέτρο:

$$v_A = v_{\gamma\rho,A} - v = 2v - v = v$$

- ii) Με βάση την σύνθετη κίνηση, το σημείο B θα έχει τις ταχύτητες του διπλανού σχήματος, οπότε η ταχύτητά του θα είναι το άθροισμα:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_O + \vec{v}_{\gamma\rho,B} \rightarrow$$

Κατά συνέπεια την ταχύτητα του B δείχνει το διάνυσμα 2.



Για την γωνία  $\theta$  που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας του B, με την οριζόντια διεύθυνση έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{\gamma\rho,B}}{v} = \frac{\omega R}{v} = \frac{2v}{v} = 2$$

Αλλά  $\varepsilon\varphi 45^\circ = 1$ , συνεπώς  $\varepsilon\varphi\theta > \varepsilon\varphi 45^\circ$  οπότε και  $\theta > 45^\circ$ , αφού αναφερόμαστε σε γωνίες μικρότερες των  $90^\circ$ .

Σωστό το  $\gamma$ ).

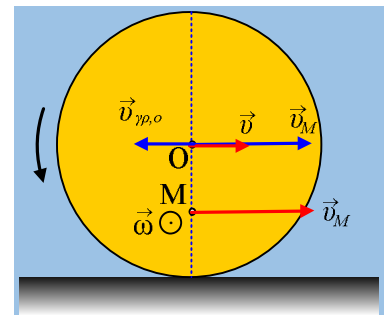
### Σχόλιο:

Συνήθως η ταχύτητα του κέντρου O του δίσκου, αναφέρεται ως ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου  $v_{cm}$ . Στην παρούσα όμως ανάρτηση, μια ανάρτηση που ασχολείται με την κινηματική του στερεού, δεν μας ενδιαφέρει ποιο είναι το κέντρο μάζας (αφού δεν πρόκειται να εφαρμόσουμε το θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα για την μελέτη της κίνησης...). Μπορεί να είναι το σημείο O, μπορεί όμως να είναι και κάποιο άλλο σημείο. Η κινηματική μελέτη της κίνησης, μας επιτρέπει να περιγράψουμε την σύνθετη κίνηση ως επαλληλία μιας μεταφορικής του κέντρου O και μιας περιστροφής ως προς το O.

Για να γίνει φανερό τα παραπάνω, ας υποθέσουμε ότι κάποιος θεωρεί ότι η περιστροφή γίνεται γύρω από άξονα που περνά από το M, οπότε έχουμε μια μεταφορική κίνηση του δίσκου με ταχύτητα  $v_M = 2v$  και γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Τότε για την ταχύτητα του κέντρου O θα έχουμε:

$$\vec{v}_o = \vec{v}_M + \vec{v}_{\gamma\rho,o} \rightarrow$$

$$v_o = 2v - \omega \frac{R}{2} = 2v - v = v$$



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)