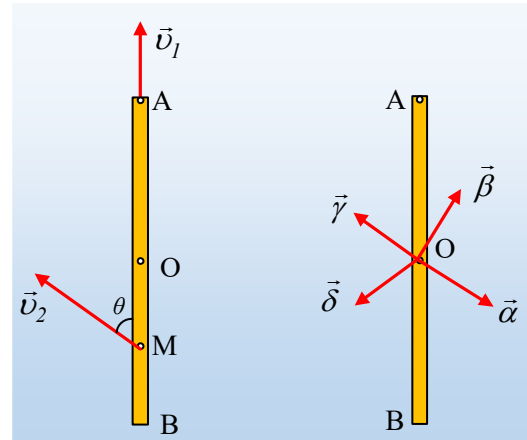


Η κίνηση μιας ράβδου

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ελεύθερα μια λεπτή ομογενούς οριζόντια ράβδος AB και στο σχήμα δίνονται οι ταχύτητες του άκρου A και του σημείου M, όπου $(OM)=(MB)$ κάποια στιγμή t_1 . Η ταχύτητα του A έχει την διεύθυνση της ράβδου και μέτρο v_1 , ενώ η ταχύτητα v_2 του M σχηματίζει γωνία θ με τη ράβδο. Το σχήμα μας δείχνει τη ράβδο σε κάτοψη.



i) Συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τις παρακάτω δύο προτάσεις;

- α) Η κίνηση της ράβδου είναι μεταφορική.
- β) Το μέσον O της ράβδου παραμένει ακίνητο.

ii) Ποιο από τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ του δεξιού σχήματος μπορεί να παριστάνει την ταχύτητα του μέσου O της ράβδου;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) α) Η πρόταση είναι λανθασμένη.

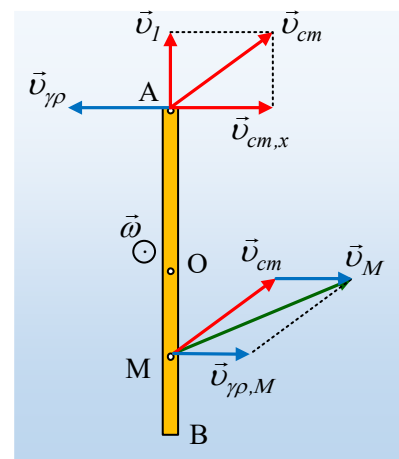
Αν η κίνηση της ράβδου ήταν μεταφορική, τότε δύο σημεία της (έστω τα σημεία A και M) θα είχαν την ίδια ταχύτητα, πράγμα που δεν συμβαίνει.

β) Η κίνηση της ράβδου δεν είναι ούτε στροφική, γύρω από το κέντρο μάζας O, αφού τότε το σημείο A θα είχε ταχύτητα κάθετη στην ακτίνα AO, πράγμα που δεν συμβαίνει. Αλλά τότε η κίνηση της ράβδου είναι σύνθετη, με αποτέλεσμα η ταχύτητα του άκρου A είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho} \quad (1)$$

Η παραπάνω σχέση μας λέει ότι για να είναι η ταχύτητα του άκρου A η \vec{v}_1 , το κέντρο μάζας O δεν θα παραμένει ακίνητο. Η πρόταση είναι επίσης λανθασμένη.

ii) Θεωρώντας την κίνηση της ράβδου ως σύνθετη, μια μεταφορική και μια στροφική γύρω από το κέντρο μάζας, το άκρο A της ράβδου, έχει ταχύτητα που δίνεται από την εξίσωση (1). Αλλά ποια είναι η φορά περιστροφής της ράβδου; Ας υποθέσουμε ότι η ράβδος στρέφεται αντίθετα από του δείκτες του ρολογιού, έχοντας κατακόρυφη γωνιακή ταχύτητα με φορά προς τα πάνω. Τότε με βάση το παραπάνω σχήμα, για να έχει το άκρο A ταχύτητα στη διεύθυνση της ράβδου, θα πρέπει η γραμμική ταχύτητά του να εξουδετερώνεται από μια συνιστώσα $\vec{v}_{cm,x}$ της ταχύτητας του κέντρου μάζας. Αλλά τότε η ταχύτητα του



σημείου M, ως το διανυσματικό άθροισμα της ταχύτητας του κ.μ. και της γραμμικής ταχύτητας, η \vec{v}_M δεν είναι η ταχύτητα \vec{v}_2 . Άτοπο!

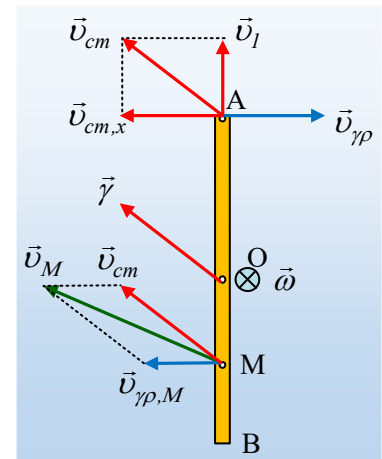
Οπότε πάμε «ανάποδα», η γωνιακή ταχύτητα να είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω. Τότε το προηγούμενο σχήμα αλλάζει στο διπλανό, όπου για το άκρο A:

$$\vec{v}_{cm,x} + \vec{v}_{\gamma\rho,A} = 0$$

Ενώ η ταχύτητα του σημείου M βρίσκεται ως το άθροισμα:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\gamma\rho,M}$$

Αλλά τότε η ταχύτητα του κέντρου μάζας O είναι όπως το διάνυσμα $\vec{\gamma}$.



dmargaris@gmail.com