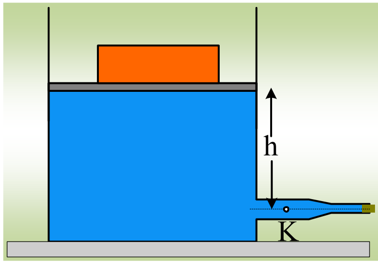
Ένα έμβολο κλείνει το δοχείο.

Στο σχήμα βλέπετε ένα μεγάλο δοχείο, το οποίο περιέχει νερό και το οποίο κλείνεται με βαρύ έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και πάνω στο οποίο έχουμε τοποθετήσει ένα βαρύ σώμα. Σε βάθος h από την πάνω επιφάνεια του νερού υπάρχει ένας οριζόντιος σωλήνας μεταβλητής διατομής, το δεξιό άκρο του οποίου κλείνεται με τάπα. Αν $p_{ατ}$ η ατμοσφαιρική πίεση, ενώ το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό, με πυκνότητα ρ, τότε:



i) Η πίεση στο σημείο Κ έχει τιμή:

α) $p_K=p_{ατ}$, β) $p_K=p_{ατ}+\rho gh$ γ) $p_K > p_{ατ}+\rho gh$ δ) $p_K < p_{ατ}+\rho gh$

Βγάζουμε την τάπα και αποκαθίσταται μια μόνιμη ροή με ταχύτητα εκροής στο άκρο του σωλήνα υ.

ii) Για την ταχύτητα εκροής υ ισχύει:

α) $\upsilon < \sqrt{2gh}$, β) $\upsilon = \sqrt{2gh}$, γ) $\upsilon > \sqrt{2gh}$.

iii) Για την πίεση τώρα στο σημείο Κ:

α) Παρέμεινε σταθερή και ίση με αυτήν του i) ερωτήματος.

β) Είναι μικρότερη της ατμοσφαιρικής πίεσης

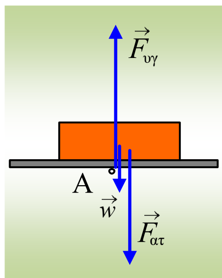
γ) Είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

δ) Είναι μεγαλύτερη της ατμοσφαιρικής πίεσης.

ε) Έχει τιμή $p_K=\rho gh$.

Απάντηση:

i) Αντιμετωπίζοντας το έμβολο και το βαρύ σώμα, ως ένα σώμα βάρους $\vec{w}$, σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχεται, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου $\vec{F}_{ατ}$ η δύναμη από την ατμόσφαιρα και $\vec{F}_{υγ}$ η αντίστοιχη δύναμη από το νερό. Από την ισορροπία του συστήματος παίρνουμε:



$$F_{υγ}=F_{ατ}+w \rightarrow p_A \cdot A=p_{ατ} \cdot A+w \rightarrow p_A=p_{ατ}+\frac{w}{A}$$

Όπου Α το εμβαδόν του εμβόλου και p_A η πίεση του υγρού στην κάτω πλευρά του εμβόλου.

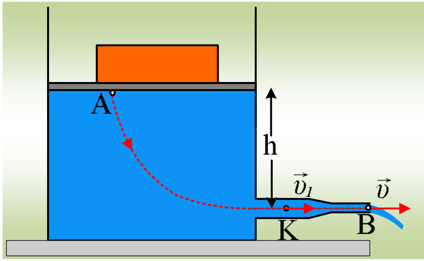
Αλλά το νερό βρίσκεται σε ισορροπία, οπότε για τη διαφορά πίεσης μεταξύ του σημείου Α και του σημείου Κ, τα οποία απέχουν κατακόρυφα κατά h ισχύει:

$$p_K-p_A=\rho gh \rightarrow p_K=p_A+\rho gh \rightarrow$$

$$p_K=p_{ατ}+\rho gh+\frac{w}{A}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι $p_K > p_{ατ}+\rho gh$ οπότε σωστό είναι το γ).

ii) Στο διπλανό σχήμα έχει χαραχτεί μια ρευματική γραμμή, κατά μήκος της οποίας εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από την επιφάνεια (σημείο Α), μέχρι την έξοδο σημείο Β, οπότε έχουμε:



$$p_A + \rho g h + \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2$$

Θεωρώντας αμελητέα την ταχύτητα στο Α (υ_A=0) , αφού δεχόμαστε μεγάλο το δοχείο, συνεπώς θεωρείται και μεγάλης επιφάνειας, ενώ p_B=$p_{ατ}$, έχουμε:

$$p_{\alpha\tau} + \frac{w}{A} + \rho g h = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2w}{\rho A} + 2gh}$$

Προφανώς $\upsilon = \sqrt{\frac{2w}{\rho A} + 2gh} > \sqrt{2gh}$ και σωστή είναι η γ) εκδοχή.

iii) Έστω υ_1 η ταχύτητα του νερού στη θέση Κ. Τότε από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στα σημεία Κ και Β θα έχουμε:

$$A_K \cdot \upsilon_1 = A_B \cdot \upsilon$$

Αλλά με βάση το σχήμα που μας δόθηκε A_K>A_B οπότε θα ισχύει και $\upsilon_1 < \upsilon$.

Οπότε εφαρμόζοντας τώρα ξανά την εξίσωση Bernoulli μεταξύ Κ και Β θα έχουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho \upsilon_K^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 \rightarrow$$

$$p_K = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho(\upsilon^2 - \upsilon_1^2)$$

Όμως $\upsilon_1<\upsilon \rightarrow (\upsilon^2 - \upsilon_1^2) > 0$ και $p_K = p_{\alpha\tau} + \frac{1}{2}\rho(\upsilon_1^2 - \upsilon^2) > p_{\alpha\tau}$

Σωστό το δ).

dmargaris@gmail.com