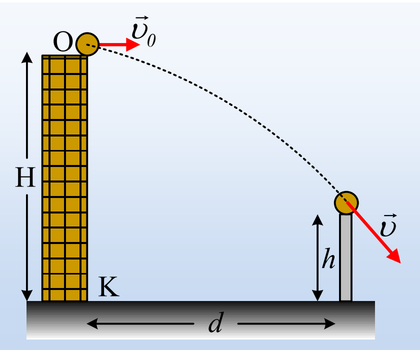
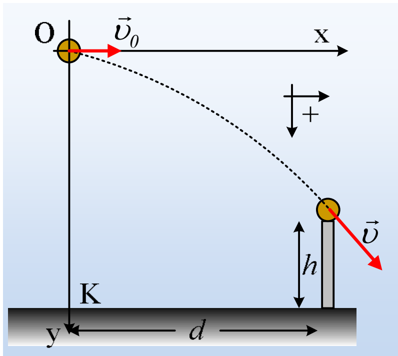
Η μπάλα κτυπάει στην κορυφή του στύλου



Μια μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια, από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους H=30m, με αρχική ταχύτητα υ_0 και κτυπάει στην κορυφή ενός κατακόρυφου στύλου που στηρίζεται στο έδαφος, σε οριζόντια απόσταση d=40m από την πολυκατοικία και ο οποίος έχει ύψος h=10m, με ταχύτητα υ.

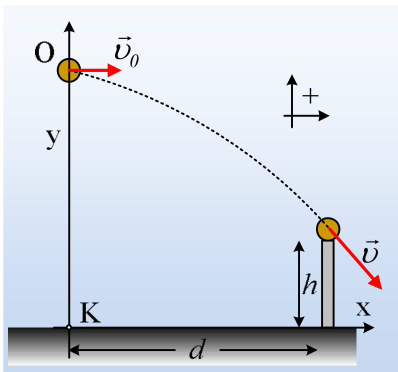
i) Παίρνοντας το σύστημα αξόνων x,y όπως στο διπλανό σχήμα (και με τον καθορισμένο προσανατολισμό):



α) Να γράψετε τις εξισώσεις x=x(t) και y=y(t) για τις θέσεις της μπάλας.

β) Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης υ_0, καθώς και την γωνία που σχηματίζει η τελική ταχύτητα υ με τον στύλο, ελάχιστα πριν τη στιγμή της κρούσης.

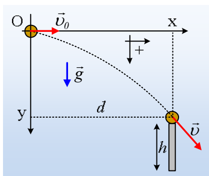
ii) Θα μπορούσαμε βέβαια να πάρουμε την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, με την ίδια αρχή Ο των δύο αξόνων. Πώς θα δουλεύατε, ώστε να απαντήσετε στα δύο παραπάνω υποερωτήματα;



iii) Ένας μαθητής, πήρε το σύστημα αξόνων (x,y) όπως στο διπλανό σχήμα, με αρχή το σημείο Κ του εδάφους και με τον προσανατολισμό που δείχνει το σχήμα. Σε τι απαντήσεις οδηγήθηκε και μέσω ποιου δρόμου, στα δύο παραπάνω υποερωτήματα;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:



i) α) Η μπάλα έχει κατακόρυφη επιτάχυνση $\alpha_y=+g$, οπότε θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, μια ευθύγραμμη ομαλή στον άξονα x και μια ελεύθερη πτώση στον άξονα y και ότι η εκτόξευση έγινε τη στιγμή $t_0=0$, θα έχουμε:

Άξονας x	Άξονας y
$\upsilon_x=\upsilon_0$ (1)	$\upsilon_y=\alpha\cdot t=gt$ (3)
$x=\upsilon_0\cdot t$ (2)	$y=½\ \alpha_y\cdot t^2=½\ g\cdot t^2$ (4)

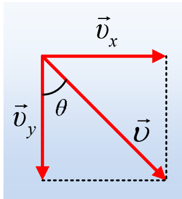
β) Τη στιγμή που η μπάλα φτάνει στον στύλο y+h=H ή y=H-h=30m-10m=20m, οπότε από την (4) παίρνουμε:

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t=\sqrt{\frac{2y}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 20}{10}}s=2s$$

Οπότε από την (2) βρίσκουμε:

$$x=\upsilon_0 t \rightarrow \upsilon_0=\frac{x}{t}=\frac{d}{t}=\frac{40m}{2s}=20m/s$$

Ενώ από την (3):



$$\upsilon_y=gt=10\cdot 2m/s=20m/s.$$

Αλλά τότε με βάση το διπλανό σχήμα, το παραλληλόγραμμο είναι τετράγωνο και η γωνία που σχηματίζει η τελική ταχύτητα με την κατακόρυφη διεύθυνση (με το στύλο) είναι θ=45°.

ii) Αν η θετική φορά του άξονα y, ήταν προς τα πάνω, τότε η επιτάχυνση θα ήταν αρνητική, δηλαδή θα είχαμε $\alpha_y=-g=-10m/s^2$.

α) Οι κινήσεις στους δυο άξονες προφανώς δεν άλλαξαν, απλά οι εξισώσεις θα είναι:

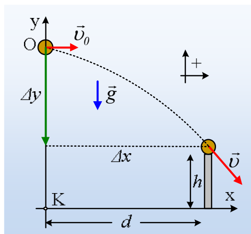
Άξονας x	Άξονας y
$\upsilon_x=\upsilon_0$ (1^α)	$\upsilon_y=\alpha\cdot t=-gt$ (3^α)
$x=\upsilon_0\cdot t$ (2^α)	$y=\frac{1}{2}\alpha_y\cdot t^2=-\frac{1}{2}g\cdot t^2$ (4^α)

Όπου το (-) στις δυο τελευταίες εξισώσεις, απλά δείχνει ότι τα αντίστοιχα διανύσματα έχουν φορά προς τα κάτω. Έτσι τη στιγμή που η μπάλα φτάνει στον στύλο η θέση της θα είναι y=-20m και η (4^α) θα δώσει:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t=\sqrt{\frac{2y}{-g}}=\sqrt{\frac{2\cdot(-20)}{-10}}s=2s$$

Ενώ από κει και πέρα δουλεύοντας με τον ίδιο τρόπο απαντάμε στα υπόλοιπα ζητούμενα.

iii) Ο μαθητής που πήρε την αρχή των αξόνων στο σημείο Κ, όπως στο σχήμα, υποχρεώνεται να δουλέψει με μετατοπίσεις στον άξονα y, αφού το σώμα δεν ξεκινά από την αρχή (y=0), αλλά από τη θέση y_0=H.



α) Οι αντίστοιχες εξισώσεις, θα είναι όπως στο ii) ερώτημα με μόνη διαφορά στην μετατόπιση:

Άξονας x	Άξονας y
$\upsilon_x=\upsilon_0$ (1^β)	$\upsilon_y=\alpha\cdot t=-gt$ (3^β)
$x=\upsilon_0\cdot t$ (2^β)	$\Delta y=\frac{1}{2}\alpha_y\cdot t^2 \rightarrow y=H-\frac{1}{2}g\cdot t^2$ (4^β)

Τη στιγμή που η μπάλα φτάνει στο στύλο, y=h και από την (4β) παίρνουμε:

$$h=H-\tfrac{1}{2}gt^2 \rightarrow t=\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot(30-10)}{10}}s=2s$$

οπότε από την (2^{β}) υπολογίζει ξανά $υ_0$=20m/s και από την (3^{β}) $υ_y$=-20m/s, οπότε ξανά έχουμε το ίδιο παραλληλόγραμμο ταχυτήτων και η γωνία προκύπτει θ=45°.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης