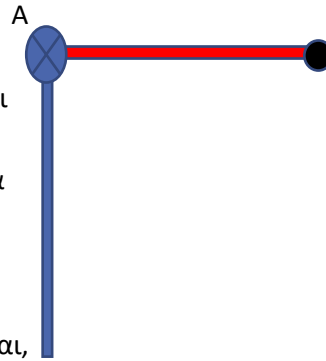


## Κρούση ράβδων

Μια ομογενής ράβδος  $m_1=3\text{kg}$  και μήκους  $d=2\text{m}$  έχει ένα σημειακό σώμα  $m_2=1\text{kg}$  κολημένο στο ένα άκρο της. Η ράβδος αφήνεται από οριζόντια θέση να περιστραφεί γύρω από ακλόνητο άξονα A χωρίς τριβές. Όταν το σύστημα έχει εκτελέσει γωνία  $90^\circ$ , συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφη ακίνητη ράβδο  $m_3$  και μήκους  $d=2\text{m}$ . Αμέσως μετά την κρούση το σύστημα σωμάτων ράβδος -σημειακό σώμα ακινητοποιείται, ενώ η ράβδος  $m_3$  αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα A.



Α) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου  $m_1$  όταν ξεκινά από την οριζόντια θέση.

Β) να υπολογίσετε το συνολικό έργο της δύναμης που ασκεί ράβδος  $m_1$  στο σώμα  $m_2$

Γ) να υπολογιστεί η δύναμη που ασκεί η ράβδος  $m_1$  στο σώμα  $m_2$  μόλις πριν τη κρούση.

Δ) να βρείτε τη μέγιστη γωνία που θα διαγράψει η ράβδος  $m_3$  μετά την κρούση.

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας  $g=10\text{m/s}^2$ , για ομογενή ράβδο  $I_{CM}=Md^2/12$ .

### Συνοπτική λύση

Α) Έχουμε  $I_1=I_{CM}+m_1d^2/4=4\text{kgm}^2$  και  $I_2=m_2d^2=4\text{kgm}^2$

Στην οριζόντια θέση  $\Sigma\tau=I_{12}\alpha_\gamma$  δηλαδή  $B_1d/2 + B_2d=I_{12}\alpha_\gamma$  άρα

$\alpha_\gamma=6,25\text{rad/s}^2$ . Άρα έχουμε  $dL_1/dt=I_{12}\alpha_\gamma=25\text{Nm}$ .

Β) από ΘΜΚΕ για σύστημα για  $90^\circ$  έχουμε  $I_{12}\omega^2/2=m_1gd/2 + m_2gd \rightarrow \omega=2,5 \text{ 2}^{1/2}\text{rad/s}$

Από ΘΜΚΕ για  $m_2$  για  $90^\circ$  έχουμε:  $I_1\omega^2/2=m_2gd+W_F \rightarrow W_F=5\text{J}$

Γ) μόλις πριν την κρούση ισχύει για το σφαιρίδιο ότι  $\Sigma F_r=F_{\text{κεντρομόλος}} \rightarrow F-m_2g=m_2\omega^2d \rightarrow F=35\text{N}$

Δ) Έχουμε από την ΑΔΣ ότι:  $I_3\omega_3=I_{12}\omega$  και από ελαστική κρούση  $K_{\text{ΠΡΙΝ}}=K_{\text{ΜΕΤΑ}}$  και προκύπτει

από το σύστημα ότι:  $m_3=6\text{kg}$  και  $\omega_3=(50/4)^{1/2}\text{rad/s}$  και κατόπιν από ΘΜΚΕ:

$I_3\omega_3^2/2=m_3gh \rightarrow h=5/6\text{m}$  άρα  $\text{συν}\theta=(d/2-h)/(d/2) \rightarrow \text{συν}\theta=1/6$