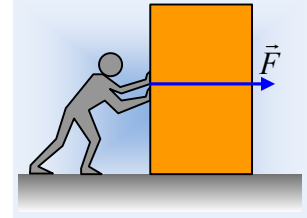


## Σπρώχνοντας μια ντουλάπα.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ντουλάπα μάζας 60kg. Ένα παιδί μάζας 50kg σπρώχνει την ντουλάπα ασκώντας της οριζόντια δύναμη  $F=100\text{N}$ , χωρίς να μπορέσει να την μετακινήσει.

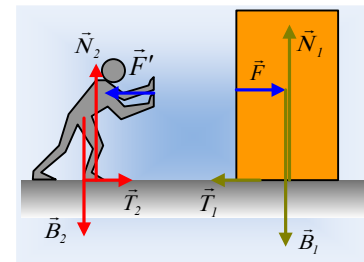


- i) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στην ντουλάπα και στο παιδί.
- ii) Ποιες οι δυνατές τιμές του συντελεστή τριβής μεταξύ ντουλάπας και επιπέδου και ποιες μεταξύ των παπουτσιών του παιδιού και του επιπέδου;
- iii) Αν ο συντελεστής τριβής τόσο μεταξύ των παπουτσιών του παιδιού, όσο και της ντουλάπας, με το επίπεδο είναι  $\mu=0,4$ , πόση είναι η μέγιστη δύναμη που μπορεί το παιδί να ασκήσει στην ντουλάπα, χωρίς να γλιστρήσει;
- iv) Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ των παπουτσιών και του επιπέδου είναι  $\mu_2=0,8$  ενώ μεταξύ ντουλάπας και επιπέδου είναι  $\mu_1=0,25$ , ενώ ασκώντας κατάλληλη δύναμη  $F_1$  το παιδί στη ντουλάπα, της προσδίδει σταθερή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα να την μετακινεί κατά 1,6m σε χρονικό διάστημα 4s, να υπολογιστεί η τριβή που δέχεται το παιδί από το έδαφος.

Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η οριακή τριβή), να θεωρηθεί ίση με την τριβή ολίσθησης, ενώ  $g=10\text{m/s}^2$ .

### Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε παιδί και ντουλάπα (απομακρύνουμε μεταξύ τους παιδί και ντουλάπα, για να γίνει πιο ευκρινές το σχήμα...). Από την ισορροπία για ντουλάπα και παιδί, παίρνουμε:



$$\sum F_{1x}=0 \rightarrow F-T_1=0 \rightarrow T_1=F=100\text{N}.$$

$$\sum F_{1y}=0 \rightarrow N_1-B_1=0 \rightarrow N_1=B_1=m_1g=600\text{N}.$$

$$\sum F_{2x}=0 \rightarrow T_2-F'=0 \rightarrow T_2=F'=F=100\text{N}$$

$$\sum F_{2y}=0 \rightarrow N_2-B_2=0 \rightarrow N_2=B_2=m_2g=500\text{N}$$

Αφού η δύναμη που δέχεται το παιδί από την ντουλάπα η  $F'$ , η αντίδραση της  $F$ , έχει επίσης μέτρο 100N.

- ii) Για να μην ολισθαίνει ούτε η ντουλάπα, ούτε το παιδί, θα πρέπει οι ασκούμενες δυνάμεις τριβής, να είναι στατικές τριβές, θα πρέπει δηλαδή να ισχύει:

$$T \leq T_{ολ} \quad \text{ή} \quad T \leq \mu \cdot N.$$

Έτσι για την ντουλάπα:

$$T_1 \leq \mu_1 N_1 \rightarrow \mu_1 \geq \frac{T_1}{N_1} \rightarrow \mu_1 \geq \frac{100}{600} \rightarrow \mu_1 \geq 1/6$$

Αντίστοιχα για το παιδί:

$$T_2 \leq \mu_2 N_2 \rightarrow \mu_2 \geq \frac{T_2}{N_2} \rightarrow \mu_2 \geq \frac{100}{500} \rightarrow \mu_2 \geq 0,2$$

- iii) Με βάση τα προηγούμενα, γίνεται σαφές ότι στο παιδί ασκείται δύναμη τριβής, όπου για να μην γλιστρήσει το πόδι του, θα πρέπει να είναι στατική. Αλλά η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, ίση με την τριβή ολίσθησης (από τα δεδομένα...) η οποία μπορεί να ασκηθεί στο παιδί, έχει μέτρο:

$$T_{2,max} = \mu N_2 = 0,4 \cdot 500N = 200N$$

Αλλά τότε μπορεί και να ασκήσει και δύναμη μέτρου  $F' = 200N$  στην ντουλάπα. Βέβαια θα μπορούσαμε να δούμε αν η ντουλάπα «είναι εκεί» για να δεχθεί την παραπάνω δύναμη! Η μέγιστη στατική τριβή η οποία μπορεί να ασκηθεί στην ντουλάπα, έχει μέτρο:

$$T_{1,max} = \mu N_1 = 0,4 \cdot 600N = 240N$$

Αλλά τότε αν δεχθεί δύναμη μέτρου  $F' = 200N$ , από το παιδί, δεν πρόκειται να κινηθεί, θα συνεχίσει να ισορροπεί, ενώ θα αναπτυχθεί πάνω της δύναμη στατικής τριβής μέτρου  $T_1' = 200N$ .

- iv) Αφού τώρα έχουμε μετακίνηση της ντουλάπας κατά 1,6m, προφανώς την ίδια μετατόπιση θα έχει και το παιδί. Άλλωστε σταθερή επιτάχυνση, σημαίνει σταθερή δύναμη και δεν θα μπορούσε να κινείται η ντουλάπα και το παιδί να παραμένει ας πούμε, στη θέση του. Από την εξίσωση της μετατόπισης της ντουλάπας παίρνουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2} at^2 \rightarrow a = \frac{2x_1}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,6}{4^2} m/s^2 = 0,2 m/s^2.$$

Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για την ντουλάπα παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = M \cdot a \rightarrow F_1 - T_1 = M a \rightarrow F_1 = \mu_1 N_1 + M a \rightarrow$$

$$F_1 = 0,25 \cdot 600N + 60 \cdot 0,2N = 162N$$

Από τον ίδιο νόμο για το παιδί, αφού και αυτό πρέπει να κινείται μαζί με την ντουλάπα με την ίδια επιτάχυνση, θα έχουμε:

$$\Sigma F_{2x} = m \cdot a \rightarrow T_2 - F_1' = m a \rightarrow T_2 = F_1' + m a$$

Όπου  $F_1'$  η αντίδραση της δύναμης  $F_1$  με μέτρο 162N, οπότε:

$$T_2 = F_1' + m a = 162N + 50 \cdot 0,2N = 172N.$$

Μπορεί να αναπτυχθεί η παραπάνω στατική τριβή και το παιδί να ακολουθεί την ντουλάπα, χωρίς να γλιστρήσει; Βρίσκουμε την οριακή τριβή, ίση με την τριβή ολίσθησης:

$$T_{2,max} = \mu_2 N_2 = 0,8 \cdot 500N = 400N$$

Αφού λοιπόν η ασκούμενη τριβή  $T_2$  είναι πολύ μικρότερη της οριακής στατικής τριβής, αυτή είναι στατική και το παιδί, χωρίς να ολισθαίνει, μπορεί να μετακινήσει την ντουλάπα, ασκώντας της, σταθερή οριζόντια δύναμη 162N.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)