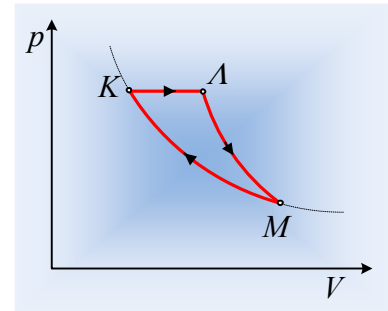


Τρεις θερμικές μηχανές και τα έργα τους...

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή που πραγματοποιεί μια ιδανική θερμική μηχανή A, όπου η μια μεταβολή είναι αδιαβατική και η άλλη ισόθερμη. Δίνονται ότι $p_K=12 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $V_K=2\text{L}$, $T_K=400\text{K}$, $V_A=4\text{L}$, ενώ για το αέριο $\gamma=5/3$. Να βρεθούν:



- i) Η θερμότητα Q_1 που απορροφά το αέριο στη διάρκεια της ισοβαρούς θέρμανσης, καθώς και το έργο που παράγει σε κάθε κύκλο.
- ii) Ο θερμοδυναμικός συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής.
- iii) Μια μηχανή Carnot B, λειτουργεί μεταξύ δύο δεξαμενών με θερμοκρασίες τη μέγιστη και την ελάχιστη που αποκτά το αέριο στη διάρκεια του παραπάνω κύκλου.
 - a) Ποιος ο συντελεστής απόδοσης της B μηχανής;
 - β) Πόσο έργο μπορεί να παράγει σε κάθε κύκλο η μηχανή B αν απορροφά ίσο ποσό θερμότητας Q_1 από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας;
 - γ) Αν μια άλλη μηχανή Carnot Γ λειτουργούσε με θερμοκρασία θερμής δεξαμενής $T_{h,2}=500\text{K}$ και $T_c=400\text{K}$, απορροφώντας επίσης θερμότητα Q_1 , ποιες θα ήταν οι αντίστοιχες απαντήσεις;
- vi) Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα που βρέθηκαν για τη λειτουργία των τριών παραπάνω θερμικών μηχανών.

Δίνεται $\ln 2 \approx 0,7$.

Απάντηση:

- i) Για την ισοβαρή μεταβολή ΚΑ που διαγράφει η A μηχανή έχουμε:

$$Q_{KA} = nC_p \Delta T$$

$$\text{Αλλά } \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R} \rightarrow C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R = \frac{5}{2} R$$

$$Q_{KA} = nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} p_K (V_A - V_K) = \frac{5}{2} 12 \cdot 10^5 (4 - 2) \cdot 10^{-3} \text{ J} = 6.000 \text{ J}$$

Κατά την ισοβαρή θέρμανση ΚΑ ισχύει ο νόμος του Gay-Lussac:

$$\frac{V_K}{T_K} = \frac{V_A}{T_A} \rightarrow T_A = T_K \frac{V_A}{V_K} = 400 \frac{4}{2} \text{ K} = 800 \text{ K}$$

Ενώ κατά την αδιαβατική εκτόνωση ΑΜ (οι πιο απότομη από τις δύο!!!) από το νόμο του Poisson παίρνουμε:

$$p_A V_A^\gamma = p_M V_M^\gamma \rightarrow p_A V_A V_A^{\gamma-1} = p_M V_M V_M^{\gamma-1} \rightarrow$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_M V_M^{\gamma-1} \rightarrow V_M^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_M} V_A^{\gamma-1} \rightarrow$$

$$V_M^{\frac{5}{3}-1} = \frac{800}{400} 4^{\frac{5}{3}-1} \rightarrow V_M^{\frac{2}{3}} = 2 \cdot (2^2)^{\frac{2}{3}} \rightarrow V_M = 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^2 = 2^{3,5} \text{ L}$$

Το έργο που παράγει το αέριο σε κάθε κύκλο είναι ίσο (κατά την αδιαβατική εκτόνωση το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον):

$$W = Q_h - |Q_c| = Q_{KL} - |Q_{MK}| \rightarrow$$

$$W = Q_{KL} - \left| nRT_K \ln \frac{V_K}{V_M} \right| = Q_{KL} - nRT_K \ln \frac{V_M}{V_K} = Q_{KL} - p_K V_K \ln \frac{V_M}{V_K}$$

$$W = 6.000J - 12 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \ln \frac{2^{3,5}}{2} J = 6.000J - 2400 \ln 2^{2,5} J \rightarrow$$

$$W = 6.000J - 2.400 \cdot 2,5 \ln 2 J = 6.000J - 4.200J = 1.800J$$

ii) Λαμβάνοντας υπόψη ότι το αέριο απορροφά θερμότητα μόνο στη μεταβολή ΚΛ, στην ισοβαρή θέρμανση, με βάση τις παραπάνω τιμές έργου και θερμότητας έχουμε:

$$e_1 = \frac{W}{Q_{KL}} = \frac{1.800J}{6.000J} = 0,3$$

iii) Η μηχανή Carnot Β, λειτουργεί μεταξύ μιας δεξαμενής υψηλής θερμοκρασίας $T_h = T_A = 800K$ και μια δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας $T_c = T_K = 400K$, οπότε:

α) Για την απόδοσή της:

$$e_2 = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{400}{800} = 0,5$$

β) Αλλά η απόδοση αυτή είναι και:

$$e_2 = \frac{W_2}{Q_1} \rightarrow W_2 = e_2 \cdot Q_1 = 0,5 \cdot 6.000J = 3.000J.$$

γ) Αντίστοιχα η δεύτερη μηχανή Carnot Γ θα έχει απόδοση:

$$e_3 = 1 - \frac{T_{c,\Gamma}}{T_{h,B}} = 1 - \frac{400}{500} = 0,2$$

Ενώ απορροφώντας το ίδιο ποσό θερμότητας Q_1 από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας, θα παράγει έργο:

$$e_3 = \frac{W_3}{Q_1} \rightarrow W_3 = e_3 \cdot Q_1 = 0,2 \cdot 6.000J = 1.200J.$$

iv) Και οι τρεις παραπάνω θερμικές μηχανές, απορροφούν το ίδιο ποσό θερμότητας Q_1 από τις αντίστοιχες δεξαμενές υψηλής θερμοκρασίας «με σκοπό» να το μετατρέψουν σε μηχανικό έργο. Υπολογίσαμε παραπάνω, ότι για το ίδιο ποσό θερμότητας $Q_1 = 6.000J$, καθεμιά παράγει διαφορετικό έργο.

Η Α παράγει έργο $W_1 = 1.800J$, η Β παράγει $W_2 = 3.000J$ και η Γ $W_3 = 1.200J$.

Αυτό που διαφοροποιεί την ικανότητα κάθε μηχανής να παράγει έργο, καθορίζεται από την θερμοκρασία της δεξαμενής υψηλής θερμοκρασίας (αφού έχουμε την ίδια θερμοκρασία για τη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας).

Έτσι αν τα πάρουμε με τη σειρά, η Β μηχανή απορροφά θερμότητα που βρίσκεται σε θερμοκρασία (όλη η θερμότητα) $800K$ και παράγει το μεγαλύτερο έργο ($3.000J$).

Η Α μηχανή απορροφά το ίδιο ποσό θερμότητας, το οποίο όμως δεν έχει σταθερή θερμοκρασία. Η θερμότητα αυτή που απορροφάται προέρχεται από μια δεξαμενή που η θερμοκρασία της ξεκινά από τα 400K και φτάνει στα 800K. Μπορούμε να πούμε ότι αρχικά η θερμότητα αυτή είναι «υποβαθμισμένη», κακής ποιότητας, ενώ όταν αυξάνεται η θερμοκρασία, αυξάνεται και η ποιότητά της, με αποτέλεσμα η δυνατότητα που έχει η μηχανή να παράγει έργο, είναι μικρότερη από προηγουμένως και το παραγόμενο έργο μικρότερο (1.800J).

Τέλος η Γ μηχανή απορροφά το ίδιο ποσό θερμότητας από δεξαμενή με σταθερή μεν, αλλά μικρότερη θερμοκρασία (500K). Η ποιότητα αυτής της θερμότητας είναι χαμηλή και το παραγόμενο έργο ακόμη λιγότερο και ίσο με 1.200J.

dmargaris@gmail.com