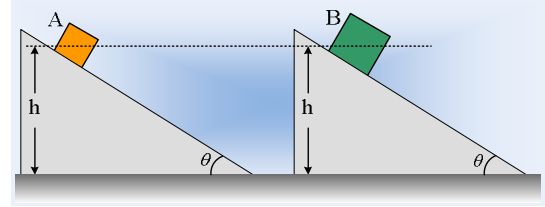


Κινήσεις σε κεκλιμένα επίπεδα.

1) Έχουμε δύο λεία κεκλιμένα επίπεδα με την ίδια γωνία κλίσεως θ . Στο πρώτο επίπεδο, αφήνουμε κάποια στιγμή ένα σώμα A μάζας m και ταυτόχρονα στο δεύτερο επίπεδο, σώμα B μάζας $M=2m$, από το ίδιο ύψος h , όπως στο σχήμα.



i) Μεγαλύτερη δύναμη από το επίπεδο θα ασκηθεί:

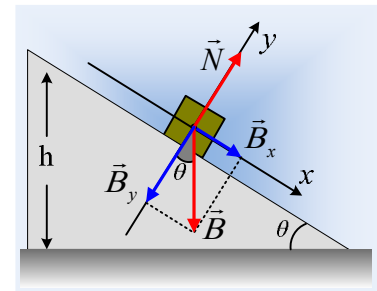
α) στο σώμα A, β) στο σώμα B, γ) θα ασκηθούν δυνάμεις ίσου μέτρου.

ii) Πρώτο στη βάση του επιπέδου θα φτάσει:

α) το σώμα A, β) το σώμα B, γ) τα δυο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο οριζόντιο επίπεδο.

Απάντηση:

i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα που κατεβαίνει κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως θ . Το σώμα δέχεται δύο δυνάμεις, το βάρος και την κάθετη δύναμη N από το επίπεδο. Παίρνουμε ένα σύστημα καθέτων αξόνων x, y όπου ο x ταυνίζεται με το κεκλιμένο επίπεδο και αναλύουμε το βάρος σε δυο συνιστώσες \vec{B}_x και \vec{B}_y όπως στο σχήμα, πάνω στους άξονες. Η γωνία



που σχηματίζει το βάρος \vec{B} με την συνιστώσα \vec{B}_y , είναι ίση με τη κλίση θ του επιπέδου με το οριζόντιο επίπεδο, αφού πρόκειται για οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές, οπότε έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{B_x}{B} \rightarrow B_x = B \cdot \eta\mu\theta = mg \cdot \eta\mu\theta \text{ και:}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{B_y}{B} \rightarrow B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

Αλλά το σώμα ισορροπεί στη διεύθυνση του άξονα y , οπότε:

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } N = B_y = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta.$$

Οπότε για τα δυο σώματα της ερώτησής μας, θα έχουμε:

$$N_A = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \text{ και } N_B = Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2N_A.$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι στο σώμα B με τη διπλάσια μάζα ασκείται και διπλάσια δύναμη από το επίπεδο. Σωστό το β).

ii) Ερχόμενοι τώρα στον άξονα x , από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow B_x = m \cdot a \rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta = ma \text{ ή}$$

$$a = g \cdot \eta\mu\theta$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα είναι ανεξάρτητη της μάζας του.

Αλλά τότε τα σώματα Α και Β θα αποκτήσουν ίσες επιταχύνσεις και θα φτάσουν ταυτόχρονα στη βάση των επιπέδων, αφού θα διανύσουν ίσες αποστάσεις x , αφού θα εκτελέσουν μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για την οποία ισχύει:

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

Εξάλλου για την μετατόπιση κάθε σώματος έχουμε $\eta\mu\theta = \frac{h}{x} \rightarrow x = \frac{h}{\eta\mu\theta}$, οπότε αφού τα σώματα αφέ-

θηκαν να κινηθούν από το ίδιο ύψος, θα έχουμε ίσες μετατοπίσεις και κατά συνέπεια και ίσα χρονικά διαστήματα κίνησης, μέχρι τα σώματα να φτάσουν στις βάσεις των επιπέδων. Σωστό το γ).

- 2) Τα δύο παραπάνω επίπεδα δεν είναι λεία, αλλά τα σώματα παρουσιάζουν μαζί τους τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ . Τα δυο σώματα αφήνονται ταυτόχρονα, ξανά από το ίδιο ύψος και κατέρχονται κατά μήκος των επιπέδων.

i) Μεγαλύτερη τριβή ασκείται:

α) στο σώμα Α, β) στο σώμα Β, γ) θα ασκηθούν δυνάμεις ίσου μέτρου.

ii) Πρώτο στη βάση του επιπέδου θα φτάσει:

α) το σώμα Α, β) το σώμα Β, γ) τα δυο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο οριζόντιο επίπεδο.

Απάντηση:

- i) Σχεδιάζουμε όπως και πριν τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα καθώς κατέρχεται στο επίπεδο. Οι δυνάμεις είναι όπως και πριν (και με τις ίδιες συνιστώσες του βάρους καθώς και ισορροπία στην διεύθυνση του άξονα y), με μόνη διαφορά την εξάσκηση της τριβής, όπως στο διπλανό σχήμα. Για το μέτρο της τριβής έχουμε:

$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot B_y = \mu \cdot mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta.$$

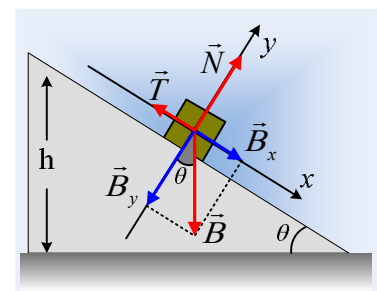
Οπότε για τα δύο σώματα Α και Β θα έχουμε:

$$T_A = \mu \cdot mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \text{ και } T_B = \mu \cdot Mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2\mu \cdot mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2T_A.$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι στο σώμα Β με τη διπλάσια μάζα ασκείται και διπλάσια δύναμη τριβής από το επίπεδο. Σωστό το β).

- ii) Ερχόμαστε τώρα στον άξονα x και παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow B_x - T = m \cdot a \rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta - \mu \cdot mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = ma \rightarrow$$



$$a=g(\eta\mu\theta-\mu\cdot\sigma\upsilon\nu\theta)$$

Παρατηρούμε ότι και πάλι η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι ανεξάρτητη της μάζας του, οπότε στην περίπτωση μας και τα δυο σώματα αποκτούν ίσες επιταχύνσεις και θα φτάσουν ξανά ταυτόχρονα στη βάση του επιπέδου. Σωστό το γ).

Σχόλιο:

Προφανώς στη 2^η περίπτωση τα σώματα αποκτούν μικρότερη επιτάχυνση και θα απαιτηθεί μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να μετατοπισθούν κατά x και να φτάσουν στο οριζόντιο επίπεδο, από το αντίστοιχο χρονικό διάστημα που χρειάζονται στην περίπτωση των λείων επιπέδων.

dmargaris@gmail.com