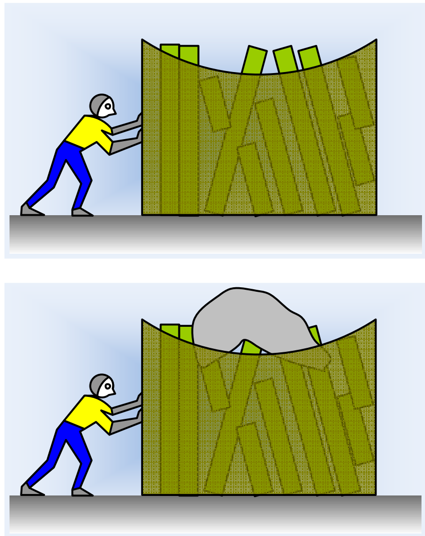
Μετακινώντας ένα κιβώτιο με ξύλα.



Ένα κιβώτιο με ξύλα μάζας m=40kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή (t_0=0), ένα παιδί Α αρχίζει να μετακινεί το κιβώτιο, ασκώντας του μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=90N. Έτσι σε χρονικό διάστημα t_1=4s, έχει μετακινήσει το κιβώτιο κατά 2m. Την στιγμή αυτή ένα δεύτερο παιδί τοποθετεί στο κιβώτιο ένα επιπλέον ξύλο μάζας 10kg, ενώ το παιδί Α συνεχίζει να σπρώχνει με την ίδια δύναμη. Να βρεθούν:

i) Η αρχική επιτάχυνση το κιβωτίου μέχρι τη στιγμή t_1.

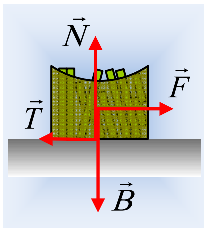
ii) Ο συντελεστής τριβής μεταξύ κιβωτίου και οριζοντίου επιπέδου.

iii) Η επιτάχυνση του κιβωτίου, μόλις προστεθεί στο κιβώτιο το ξύλο των 10kg.

iv) Η συνολική μετατόπιση του κιβωτίου μέχρι τη στιγμή t_2=10s.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο με τα ξύλα, όπου F η δύναμη που ασκεί το παιδί και T η τριβή ολίσθησης, δυνάμεις σταθερές, οπότε από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F=m\cdot\alpha_1 \rightarrow F\text{-}T=m\cdot\alpha_1 \quad (1)$$

Δηλαδή το κιβώτιο αποκτά σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon=\upsilon_0+\alpha_1 t \text{ ή } \upsilon=\alpha t \quad (2) \quad \text{και} \quad \Delta x=\upsilon_0 t+ ½\, \alpha_1 t^2 \text{ ή } x=½\, \alpha_1 t^2 \quad (3)$$

Από την (3), λύνοντας ως προς την επιτάχυνση παίρνουμε:

$$\alpha_1=\frac{2x}{t_1^2}=\frac{2\cdot 2}{4^2}m/s^2=0{,}25m/s^2.$$

ii) Επιστρέφοντας στην εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$T_1=F\text{-}m\alpha_1=90N\text{-}40\cdot 0{,}25N=80N.$$

Αλλά το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε N=B=mg=40·10N=400N, έτσι:

$$T_1=\mu N \rightarrow \mu=\frac{T_1}{N}=\frac{80N}{400N}=0{,}2$$

iii) Με την προσθήκη του ξύλου των 10kg, η κατάσταση είναι όμοια, με μόνη τη διαφορά αλλαγής της μάζας του κιβωτίου (με τα ξύλα…), η οποία γίνεται M=40kg+10kg=50kg. Αποτέλεσμα βέβαια είναι να αλλάξει και η κάθετη αντίδραση, αφού N΄=B΄=Mg=500N, με αποτέλεσμα να μεταβληθεί και το μέτρο της τριβής:

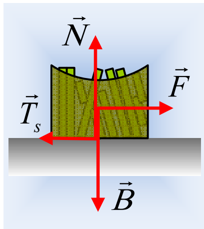
$$T_2 = \mu N' = 0,2 \cdot 500N = 100N$$

Παίρνοντας τώρα το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F - T_2 = M\alpha_2 \to \alpha_2 = \frac{F - T_2}{M} = \frac{90N - 100N}{50kg} = -0,2m/s^2$$

iv) Η αρνητική τιμή για την επιτάχυνση α_2 μας δείχνει ότι το κιβώτιο αρχίζει να επιβραδύνεται, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon=\upsilon_{\alpha\rho\chi}+\alpha_2\cdot\Delta t \; (2\alpha) \quad \text{και} \quad \Delta x=\upsilon_{\alpha\rho\chi}\cdot\Delta t+ \tfrac{1}{2}\,\alpha_2\cdot(\Delta t)^2 \quad (3\alpha)$$



Θα μπορούσαμε να αντικαταστήσουμε στην (3^{α}) Δt=t_2-t_1=6s και να υπολογίσουμε τη μετατόπιση στο χρονικό αυτό διάστημα, αν είμαστε σίγουροι ότι σε όλο αυτό το χρονικό διάστημα το κιβώτιο διατήρησε σταθερή επιτάχυνση. Συμβαίνει αυτό; Ελέγχουμε μήπως η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίστηκε πριν τη στιγμή t_2, γιατί αν συμβεί αυτό, τότε το κιβώτιο θα σταματήσει και θα ισορροπήσει, αφού F=90N, ενώ η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή, μπορεί να πάρει τιμή 100N (υποθέτουμε ότι μ_s=μ=0,2). Στην περίπτωση όμως αυτή η τριβή θα πάρει την τιμή T_s=90N και το κιβώτιο θα ηρεμήσει.

Αντικαθιστώντας λοιπόν στην (2^{α}) υ=0, βρίσκουμε σε πόσο χρονικό διάστημα το κιβώτιο πρόκειται να μηδενιστεί η ταχύτητα του κιβωτίου, αφού $\upsilon_{\alpha\rho\chi}=\upsilon_1=\alpha_1\cdot t_1$=0,25·4m/s=1m/s:

$$0=1+(-0,2)\cdot\Delta t \longrightarrow \Delta t=5s$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι το κιβώτιο σταμάτησε να κινείται τη στιγμή t΄=t_1+Δt=4s+5s=9s, πριν τη στιγμή t_2, οπότε στην (3^{α}) θα αντικαταστήσουμε Δt=5s και όχι 6s:

$$\Delta x_2=\upsilon_{\alpha\rho\chi}\cdot\Delta t+ \tfrac{1}{2}\,\alpha_2\cdot(\Delta t)^2=1\cdot 5m+ \tfrac{1}{2}\,(-0,2)\cdot 5^2m=2,5m.$$

Συνεπώς η συνολική μετατόπιση του κιβωτίου είναι:

$$\Delta x_{o\lambda}=\Delta x_1+\Delta x_2=2m+2,5m=4,5m.$$

dmargaris@gmail.com