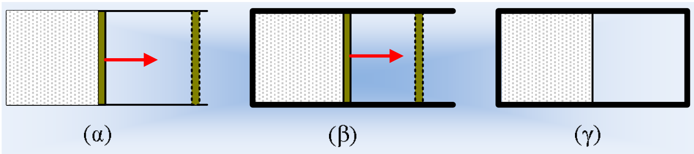
Ένα αέριο εκτονώνεται

Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε δοχείο κατέχοντας όγκο V_0= 5L σε πίεση $p_0=2\cdot 10^5$Pa, με τρεις εκδοχές, οι οποίες εμφανίζονται στο παρακάτω σχήμα.



Στο (α) το αέριο κλείνεται με έμβολο και τα τοιχώματα του δοχείου είναι αγώγιμα.

Στο (β), κλείνεται ξανά με έμβολο, αλλά τα τοιχώματα είναι θερμομονωτικά.

Στο (γ) το αέριο κλείνεται με μεμβράνη καταλαμβάνοντας κάποιο όγκο του δοχείου, ενώ το δεξιό μέρος είναι κενός χώρος και τα τοιχώματα επίσης θερμομονωτικά.

Αυξάνουμε τον όγκο στο (α) δοχείο, με σταθερή θερμοκρασία, μέχρι η πίεση του αερίου να γίνει $p=10^5$Pa. Το ίδιο κάνουμε και στο (β) δοχείο, ενώ σπάζοντας τη μεμβράνη στο (γ) δοχείο και το αέριο αυτό αποκτά επίσης τελική πίεση $p=10^5$Pa.

i) Να υπολογιστεί ο τελικός όγκος του αερίου και στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις.

ii) Αν οι δυο πρώτες μεταβολές πραγματοποιηθούν πολύ αργά, με αποτέλεσμα να μπορούν να θεωρηθούν αντιστρεπτές μεταβολές, να σχεδιάσετε σε κοινούς άξονες p-V τις τρεις μεταβολές.

iii) Να υπολογισθεί το έργο που παράγει το αέριο κατά τις παραπάνω εκτονώσεις.

Δίνεται για το αέριο γ=5/3, $2^{0,6} \approx 1,5$ και $\ln 2 \approx 0,7$.

Απάντηση:

i) Η μεταβολή του αερίου στο (α) δοχείο είναι ισόθερμη, οπότε από το νόμο του Boyle παίρνουμε:

$$p_0V_0=pV_1 \rightarrow V_1 = V_0\frac{p_0}{p} = 5L\frac{2\cdot 10^5}{10^5} = 10L$$

Στη διάρκεια της εκτόνωσης του αερίου του δοχείου (β), δεν έχουμε ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον, αφού έχουμε θερμομονωτικά τοιχώματα και η μεταβολή είναι αδιαβατική εκτόνωση. για την οποία:

$$p_0V_0^{\gamma} = pV_2^{\gamma} \rightarrow 2pV_0^{\gamma} = pV_2^{\gamma} \rightarrow V_2^{\gamma} = 2V_0^{\gamma} \rightarrow$$

$$\left(V_2^{\gamma}\right)^{1/\gamma} = \left(2V_0^{\gamma}\right)^{1/\gamma} \rightarrow V_2 = V_0\cdot 2^{1/\gamma} = 5L\cdot 2^{0,6} = 7,5L$$

Για το αέριο στο (γ) δοχείο, ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος δίνει:

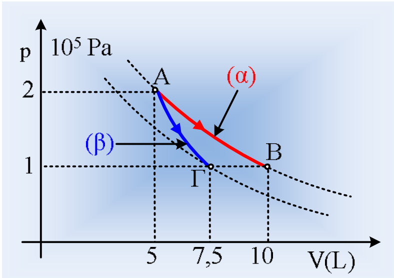
$$Q=\Delta U+W. \ (1)$$

Αλλά αφού τα τοιχώματα είναι θερμομονωτικά Q=0, ενώ δεν έχουμε κάποιον «περιορισμό» του αερίου μόλις σπάσουμε τη μεμβράνη, το οποίο θα καταλάβει όλον τον όγκο του δοχείου. Σε αυτήν την εκτόνωση όμως δεν ασκεί κάποια δύναμη σε έμβολο για να παράγει έργο. Είναι δηλαδή μια «ελεύθερη εκτόνωση», οπότε W=0. Αλλά τότε από την (1) θα έχουμε και ΔU=0! Η εσωτερική ενέργεια δηλαδή του αερίου δεν μετεβλήθη, πράγμα που σημαίνει ότι και η τελική θερμοκρασία θα είναι ίση με την αρχική.

Αλλά τότε η αρχική και η τελική κατάσταση συνδέονται με την εξίσωση Boyle:

$$p_0V_0=pV_3 \rightarrow V_3=V_1=10L$$

ii) Με βάση την προηγούμενη ανάλυση, αν Α η αρχική κατάσταση, Β η κατάσταση με όγκο 10L και Γ η κατάσταση στο τέλος της αδιαβατικής εκτόνωσης, οι μεταβολές σε άξονες p-V, είναι όπως στο διπλανό διάγραμμα, όπου για την ελεύθερη εκτόνωση έχουμε μόνο αρχική και τελική κατάσταση, αφού η μεταβολή δεν είναι αντιστρεπτή.



iii) Στην ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ, δοχείο (α), έχουμε:

$$W_{(\alpha)}=\eta RT\,ln\left(\frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}\right)=p_0V_0\,ln\left(\frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}\right)\rightarrow$$

$$W_{(\alpha)}=p_0V_0\,ln\left(\frac{V_{\tau\varepsilon\lambda}}{V_{\alpha\rho\chi}}\right)=2\cdot10^5\cdot5\cdot10^{-3}\,ln\left(\frac{10}{5}\right)J=10^3\,ln2\approx700J$$

Στην αδιαβατική εκτόνωση ΑΓ, δοχείο (β) το παραγόμενο έργο από το αέριο είναι:

$$W_{(\beta)}=\frac{pV_2-p_0V_0}{1-\gamma}=\frac{10^5\cdot7{,}5\cdot10^{-3}-2\cdot10^5\cdot5\cdot10^{-3}}{1-5/3}J=375J$$

Ενώ με βάση όσα γράψαμε στο i) ερώτημα:

$$W_{(\gamma)}=0$$

dmargaris@gmail.com