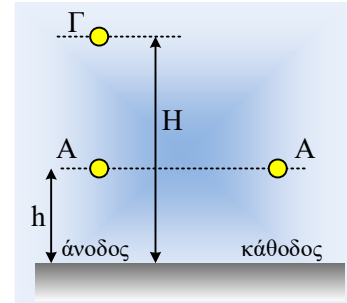


Μια κατακόρυφη κίνηση μπάλας

Μια μπάλα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω, οπότε μετά από λίγο περνά από ένα σημείο A σε ύψος h με ταχύτητα μέτρου v_1 , φτάνει σε μέγιστο ύψος H, στο σημείο Γ, ενώ στη συνέχεια κινείται ξανά προς τα κάτω και περνά μετά από λίγο ξανά από το σημείο A, με ταχύτητα μέτρου v_2 .



- i) Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της μπάλας, στις θέσεις Γ και A (για την άνοδο και την κάθοδο), πάνω στο διπλανό σχήμα.
- ii) Να αποδείξετε ότι για τα μέτρα των ταχυτήτων v_1 και v_2 της μπάλας στη θέση A ισχύει $v_1=v_2$.
- iii) Αν για τη μετάβαση από το A στο Γ απαιτείται χρονικό διάστημα Δt_1 , τότε το χρονικό διάστημα για την πτώση από το Γ στο A απαιτείται χρονικό διάστημα Δt_2 , όπου:
 - α) $\Delta t_2 < \Delta t_1$, β) $\Delta t_2 = \Delta t_1$, γ) $\Delta t_2 > \Delta t_1$.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Απάντηση:

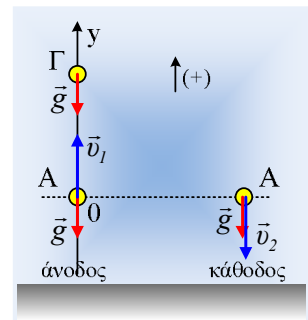
- i) Το σώμα σε όλες τις θέσεις έχει την ίδια επιτάχυνση, ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, με φορά προς τα κάτω, ενώ οι ταχύτητες έχουν σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα. Προφανώς στο σημείο Γ η ταχύτητα είναι μηδενική.
- ii) Η κίνηση της μπάλας είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη, αφού κινείται με σταθερή επιτάχυνση ($\vec{a} = \vec{g}$). Θεωρούμε τη στιγμή που φτάνει η μπάλα στη θέση A, ως $t=0$ και παίρνουμε έναν κατακόρυφο άξονα y, με αρχή το A και θετική φορά προς τα πάνω. Τότε η επιτάχυνση έχει τιμή $a=-g$, οπότε μπορούμε να γράψουμε τις εξισώσεις:

$$v = v_1 + at = v_1 - gt \quad (1)$$

$$\Delta y = y = v_1 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow y = v_1 t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (2)$$

Η μπάλα επιστρέφει στη θέση A, θέση $y=0$, τη χρονική στιγμή t_2 , οπότε η εξίσωση (2) μας δίνει:

$$0 = v_1 t_2 - \frac{1}{2} gt_2^2 \rightarrow t_2 \left(v_1 - \frac{1}{2} gt_2 \right) = 0 \rightarrow$$



$$t_2 = 0 \text{ ή } t_2 = \frac{2v_1}{g}$$

Η λύση $t_2=0$ αντιστοιχεί την πρώτη φορά που η μπάλα βρίσκεται στη θέση Α (κατά την άνοδο) και η λύση $t_2 = \frac{2v_1}{g}$ αντιστοιχεί στη στιγμή που η μπάλα περνά από το Α, καθώς πέφτει. Αλλά τότε με αντικατάσταση στην (1), έχουμε για την ταχύτητα v_2 :

$$v_2 = v_1 - gt = v_1 - g \cdot \frac{2v_1}{g} = -v_1$$

Το (-) στο παραπάνω αποτέλεσμα, μας λέει απλά ότι η ταχύτητα v_2 έχει φορά προς τα κάτω (αρνητική κατεύθυνση). Προφανώς για τα μέτρα των ταχυτήτων $v_2 = v_1$ ή σωστότερα $|v_2| = |v_1|$.

iii) Η μπάλα σταματά την προς τα πάνω κίνησή της τη χρονική στιγμή t_1 όπου μηδενίζεται η ταχύτητά της ($v=0$), οπότε με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$v = v_1 - gt \rightarrow 0 = v_1 - gt_1 \rightarrow$$

$$t_1 = \frac{v_1}{g}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι το χρονικό διάστημα ανόδου από τη θέση Α στη θέση Γ είναι:

$$\Delta t_1 = t_1 = \frac{v_1}{g},$$

ενώ το χρονικό διάστημα επιστροφής από το Γ στο Α είναι:

$$\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \frac{2v_1}{g} - \frac{v_1}{g} = \frac{v_1}{g} = \Delta t_1$$

Σωστό το β).

dmargaris@gmail.com