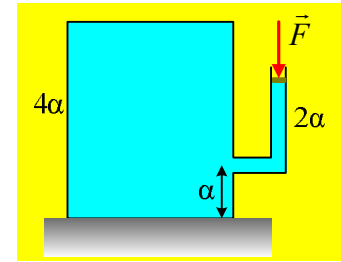


## Ένα Β' θέμα με κλειστό δοχείο

Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους  $H=4a$  γεμάτο πλήρως με νερό. Σε ύψος  $h_1=a$  από τη βάση του υπάρχει ένας οριζόντιο σωλήνας διατομής  $A$ , ο οποίος μετά από λίγο γίνεται κατακόρυφος και στο πάνω άκρο του κλείνεται με αβαρές έμβολο, στο οποίο ασκούμε κατακόρυφη δύναμη  $F$ , όπως στο σχήμα. Το νερό στο σωλήνα έχει ύψος  $h_2=2a$ .



Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

i) Μέσω του εμβόλου «επιβάλλεται» εξωτερική πίεση στο νερό ίση με  $p_{εξ}=p_{ατμ}+F/A$ .

ii) Η πίεση στην πάνω έδρα του κυλίνδρου σύμφωνα με την αρχή του Pascal είναι ίση με:

$$p_1=p_{εξ}+p_{υδρ}=p_{ατμ}+F/A$$

iii) Η πίεση στην κάτω έδρα του κυλίνδρου, σύμφωνα με την αρχή του Pascal, είναι ίση με:

$$p_2=p_{εξ}+p_{υδρ}=p_{ατμ}+F/A+\rho g \cdot 4a.$$

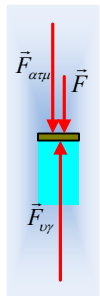
iv) Η δύναμη που ασκεί το νερό στην πάνω έδρα του δοχείου, εμβαδού  $S$ , είναι ίση:

$$F_1=(p_{εξ}-\rho g a) \cdot S.$$

Το νερό θεωρείται ιδανικό ασυμπίεστο ρευστό.

## Απάντηση:

i) Λέγοντας «εξωτερική πίεση» εννοούμε την πίεση που εμφανίζεται σε κάποιο σημείο του υγρού εξαιτίας εξωτερικής δράσης κάποιας δύναμης. Στην περίπτωσή μας το υγρό δέχεται, μέσω του εμβόλου, την δύναμη  $F$  και κάποια δύναμη από την ατμόσφαιρα. Αν σχεδιάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, όπως στο διπλανό σχήμα,  $F_{ατμ}$  η δύναμη λόγω ατμοσφαιρικής πίεσης και  $F_{υγ}$  η δύναμη από το νερό, θα πάρουμε από την ισορροπία του εμβόλου (το αβαρές έμβολο δεν σημαίνει ότι δεν έχει μάζα, απλά την θεωρούμε αμελητέα...):

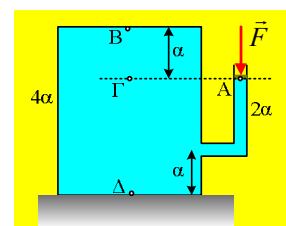


$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{υγ}=F_{ατμ}+F \rightarrow \frac{F_{υγ}}{A}=\frac{F_{ατμ}}{A}+\frac{F}{A} \rightarrow$$

$$p_A=p_{ατμ}+\frac{F}{A}=p_{εξ}$$

Όπου  $p_A$  η πίεση στην κάτω πλευρά του εμβόλου, η οποία οφείλεται στη δράση της δύναμης  $F$  και της ατμόσφαιρας, η ονομαζόμενη και «εξωτερική πίεση». Σωστή η πρόταση.

ii) Σε δυο σημεία στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, εντός του ίδιου ρευστού έχουμε την ίδια πίεση. Αλλά τότε για τα σημεία  $A$  και  $\Gamma$  του σχήματος  $p_A=p_\Gamma=p_{εξ}$ . Όμως:



$$p_{\Gamma}-p_B=\rho g \alpha \rightarrow p_B=p_{\Gamma}-\rho g \alpha=p_{\alpha\tau\mu}+\frac{F}{A}-\rho g \alpha \quad (1)$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

iii) Και η πρόταση αυτή είναι λανθασμένη! Για τις πιέσεις στα σημεία Γ και Δ ισχύει:

$$p_{\Delta}-p_{\Gamma}=\rho g h \rightarrow p_{\Delta}=p_{\Gamma}+\rho g \cdot 3\alpha \rightarrow$$

$$p_2=p_{\Delta}=p_{\alpha\tau\mu}+F/A+\rho g \cdot 3\alpha.$$

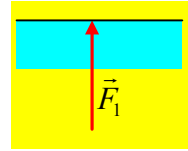
iv) Από την σχέση (1) παίρνουμε για την πίεση στην πάνω βάση του κυλίνδρου:

$$p_B=p_{\Gamma}=p_{\alpha\tau\mu}+\frac{F}{A}-\rho g \alpha=p_{εξ}-\rho g \alpha$$

Αλλά τότε η δύναμη που ασκεί το νερό στην επιφάνεια, έχει μέτρο:

$$F_1=p_1 S=(p_{εξ}-\rho g \alpha) S$$

Είναι δε κάθετη στην επιφάνεια, όπως στο σχήμα. Η πρόταση είναι σωστή.



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)