

Άλλο ένα τμήμα δικτύου.

Στο σχήμα βλέπετε ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης, όπου στα οριζόντια τμήματα έχουμε σωλήνες με σταθερές διατομές A_1 και A_2 , όπου $A_1=2A_2$. Οι δυο σωλήνες απέχουν κατακόρυφα κατά h , ενώ πάνω τους έχουμε προσαρμόσει δυο λεπτούς κατακόρυφους σωλήνες, ύψους h , κλειστούς στα πάνω άκρα τους, οι οποίοι έχουν γεμίσει με νερό, χωρίς να έχει εγκλωβιστεί αέρας στο εσωτερικό τους. Αν η ταχύτητα εκροής από το δεξιό άκρο του λεπτού σωλήνα, συνδέεται με το ύψος h με την σχέση $3v^2=8gh$ όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας, τότε για τις πιέσεις στα σημεία Κ και Λ, στις πάνω βάσεις των δύο κατακόρυφων σωλήνων ισχύει:

$$\text{i) } p_K > p_\Lambda, \quad \text{ii) } p_K = p_\Lambda, \quad \text{iii) } p_K < p_\Lambda.$$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Απάντηση:

Από την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές A_1 και A_2 των δύο σωλήνων, παίρνουμε:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v \rightarrow 2A_2 \cdot v_1 = A_2 \cdot v \rightarrow v_1 = \frac{1}{2}v$$

Οι ταχύτητες αυτές είναι σταθερές και στα δύο οριζόντια τμήματα.

Εφαρμόζοντας εξάλλου την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Β και Γ του σχήματος, πάνω στην ίδια ρευματική γραμμή (διακεκομμένη κόκκινη γραμμή), στο κάτω μέρος των κατακόρυφων σωλήνων, παίρνουμε:

$$p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho gh = p_\Gamma + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2$$

Όπου $v_B=v_1$ και $v_\Gamma=v$. Έτσι με αντικατάσταση έχουμε:

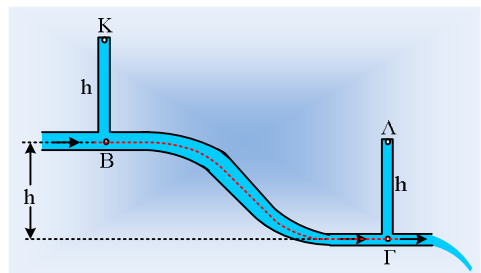
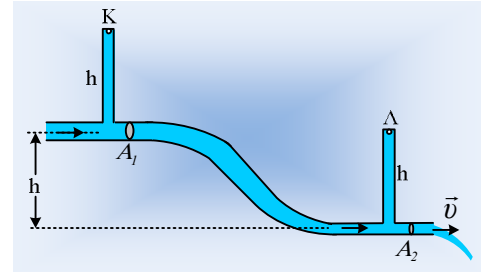
$$p_B - p_\Gamma = \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2 - \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \rho gh = \frac{1}{2} \rho v^2 - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{v}{2}\right)^2 - \rho gh \rightarrow$$

$$p_B - p_\Gamma = \frac{3}{8} \rho \cdot v^2 - \rho gh = \frac{1}{8} \rho \cdot 8gh - \rho gh = 0 \rightarrow$$

$$p_B = p_\Gamma \quad (1)$$

Αλλά για τις πιέσεις στα σημεία Κ και Λ έχουμε:

$$p_B - p_K = \rho gh \rightarrow p_K = p_B - \rho gh \quad \text{και}$$



$$p_{\Gamma} - p_{\Lambda} = \rho gh \rightarrow p_{\Lambda} = p_{\Gamma} - \rho gh$$

Και εξαιτίας της σχέσης (1):

$$p_{\kappa} = p_{\beta} - \rho gh = p_{\Gamma} - \rho gh = p_{\Lambda}$$

Σωστό το ii).

Σχόλιο:

Στην παραπάνω περίπτωση, όπου η πίεση στους δύο οριζόντιους σωλήνες έχει την ίδια τιμή, το νερό μεταξύ των θέσεων Β και Γ επιταχύνεται μόνο εξαιτίας του βάρους, οπότε η μηχανική ενέργεια μιας ποσότητας νερού, παραμένει σταθερή. Απλά μετατρέπεται από δυναμική σε κινητική. Όπως ακριβώς συμβαίνει σε ένα ποτάμι που ρέει σε μια κατηφόρα (αν η ροή του μπορεί να θεωρηθεί μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού...).

dmargaris@gmail.com