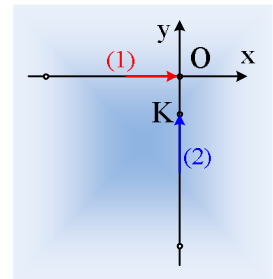


Μια ακόμη επιφανειακή συμβολή

Στην επιφάνεια ενός υγρού βρίσκονται δυο πηγές, οι οποίες μπορούν να δημιουργούν εγκάρσια επιφανειακά κύματα με συχνότητες 1Hz, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητες 1m/s. Στο σχήμα, βλέπουμε το κύμα (1) το οποίο φτάνει στο σημείο O, μια στιγμή που λαμβάνουμε ως $t=0$, υποχρεώνοντάς το να ταλαντωθεί με πλάτος 0,04m, κινούμενο προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση). Την ίδια στιγμή το κύμα (2), από τη δεύτερη πηγή, φτάνει στο σημείο K, όπου $(OK)=0,75m$, ενώ και το σημείο K αρχίζει την ταλάντωσή του προς τα πάνω.



- i) Ποια η διαφορά φάσης των απομακρύνσεων των σημείων K και O τη στιγμή $t=0$;
- ii) Το κύμα (2) φτάνει στο σημείο O τη στιγμή t_1 με πλάτος κύματος 0,03m. Έτσι έχουμε συμβολή των κυμάτων (1) και (2).
 - α) Ποια η απομάκρυνση του O τη στιγμή t_1 ;
 - β) Ποια η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων, που υποχρεώνεται να εκτελέσει πια, το σημείο O;
 - γ) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σημείου O είναι μια αρμονική ταλάντωση της μορφής:

$$y=A\cdot\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$$

προσδιορίζοντας και τα χαρακτηριστικά της.

- δ) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του O τη χρονική στιγμή $t_2=1,5s$.

Απάντηση:

- i) Το σημείο O εξαιτίας του (1) κύματος θα ταλαντωθεί με εξίσωση:

$$y_1=A_1\cdot\eta\mu(\omega t) = 0,04\cdot\eta\mu(2\pi t) \text{ (S.I.)}$$

Ομοίως και το σημείο K θα ταλαντωθεί με εξίσωση:

$$y_K=A_K\cdot\eta\mu(\omega t) = A_K \cdot\eta\mu(2\pi t) \text{ (S.I.)}$$

όπου A_K το πλάτος της ταλάντωσής του εξαιτίας του κύματος (2).

Αλλά τότε κάθε στιγμή οι δυο απομακρύνσεις των σημείων, εμφανίζουν διαφορά φάσης:

$$\Delta\varphi=\varphi_O-\varphi_K=2\pi t-2\pi t=0$$

(προφανώς αυτό ισχύει μέχρι να συμβεί συμβολή οπότε τα σημεία θα εκτελέσουν πλέον νέες ταλαντώσεις και δεν θα ισχύουν οι παραπάνω εξισώσεις).

- ii) Το κύμα (2) φτάνει στο O τη στιγμή $t_1 = \frac{d}{v} = 0,75s$. Τη στιγμή αυτή εξαιτίας του πρώτου κύματος, το O

βρίσκεται σε απομάκρυνση:

$$y_1 = 0,04\cdot\eta\mu(2\pi\cdot 0,75) = -0,04m$$

Ενώ εξαιτίας του δεύτερου κύματος, τώρα θα αρχίσει να ταλαντώνεται, οπότε $y_2=0$.

α) Έτσι με βάση την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε τη στιγμή $t_1=0,75s$:

$$y_0=y_1+y_2=-0,04m.$$

β) Η ταλάντωση του Ο εξαιτίας του πρώτου κύματος τη στιγμή t_1 , έχει φάση $\varphi_1=2\pi t=1,5\pi$ (rad), ενώ η φάση της απομάκρυνση εξαιτίας του δεύτερου κύματος έχει φάση $\varphi_2=0$. Συνεπώς το σημείο Ο θα εκτελέσει μια σύνθετη ταλάντωση, όπου οι δύο αρχικές ταλαντώσεις παρουσιάζουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi=1,5\pi$ (rad).

γ) Με βάση τη θεωρία και η σύνθετη ταλάντωση είναι αρμονική με πλάτος:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = \sqrt{0,04^2 + 0,03^2} m = 0,05m$$

Ενώ:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_1\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{A_2 + A_1\sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2}\right)} = -\frac{A_1}{A_2} = -\frac{4}{3}$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$y = 0,05 \cdot \eta\mu\left(\omega\Delta t + \text{τοξε}\varphi\left(-\frac{4}{3}\right)\right)$$

Όπου $\Delta t=t-t_1$ η χρονική διάρκεια της ταλάντωσης που προέκυψε μετά τη συμβολή.

Ωραία!!! αλλά και πολύ «απρόσωπα» όλα αυτά.... Αν θέλαμε να ξέραμε και τι ακριβώς βρήκαμε; Δεν έχουμε παρά να χρησιμοποιήσουμε τον κύκλο αναφοράς της ταλάντωσης ή αλλιώς τα περιστρεφόμενα διανύσματα, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα τη στιγμή $t_1=0,75s$, που αρχίζει η συμβολή. Τότε θα μπορούσαμε να βρούμε τη γωνία θ με κάποιον τριγωνομετρικό αριθμό ($\varepsilon\varphi\theta=4/3$ ή $\eta\mu\theta=0,8$ ή και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,6\dots$) και να γράφαμε απλά:

$$y = 0,05 \cdot \eta\mu(\varphi_2 - \theta) = 0,05 \cdot \eta\mu(2\pi(t - t_1) - \theta)$$

δ) Με αντικατάσταση στην παραπάνω εξίσωση $t=1,5s$ παίρνουμε:

$$y = 0,05 \cdot \eta\mu(2\pi \cdot (1,5 - 0,75) - \theta) = 0,05 \cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -0,05 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = -0,05 \cdot 0,6m = -0,3m$$

Αντίστοιχα για την ταχύτητα ταλάντωσης έχουμε:

$$v = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi(t - t_1) - \theta) = 0,05 \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -0,1\pi \cdot \eta\mu\theta \rightarrow$$

$$v = -0,1\pi \cdot \eta\mu\theta = -0,1\pi \cdot 0,8m/s = -0,08\pi \text{ m/s} \approx -0,25m/s$$

