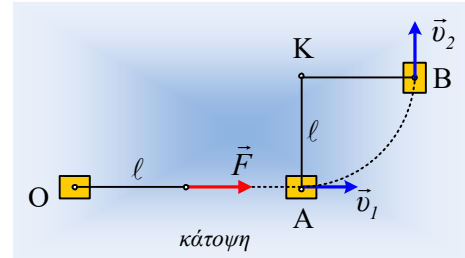


Καρφώνοντας το άκρο του νήματος

Στο σημείο O ενός λείου οριζώντιου επιπέδου ηρεμεί ένα σώμα μάζας 10kg. Σε μια στιγμή $t_0=0$, στο σώμα ασκείται μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l=2\text{m}$, μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=5\text{N}$, οπότε τη στιγμή $t_1=4\text{s}$, το σώμα φτάνει στο σημείο A, έχοντας ταχύτητα v_1 . Τη στιγμή αυτή, το άκρο του νήματος, δένεται σε ένα σταθερό σημείο K, έτσι ώστε το νήμα να είναι κάθετο στην OA, ενώ το σώμα αφήνεται να συνεχίσει την κίνησή του.



- i) Να βρεθεί η ταχύτητα v_1 καθώς και η απόσταση (OA).
- ii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία το σώμα περνά από τη θέση B με ταχύτητα κάθετη στην διεύθυνση OA.
- iii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τάσης του νήματος μεταξύ των θέσεων A και B,
- iv) Να υπολογιστεί το έργο της τάσης του νήματος από το A στο B.
- v) Στη θέση B το νήμα κόβεται. Να βρεθεί η απόσταση (OΓ) όπου Γ η θέση του σώματος τη στιγμή $t_3=t_2+2\text{s}$.

Απάντηση:

- i) Στο χρονικό διάστημα $0-t_1$, το σώμα με την επίδραση της δύναμης F, η οποία μεταφέρεται μέσω του νήματος, (στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα ισορροπεί και $\vec{w} + \vec{N} = 0$), αποκτά σταθερή επιτάχυνση:

$$F=ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{5}{10} \text{ m/s}^2 = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

Οπότε η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

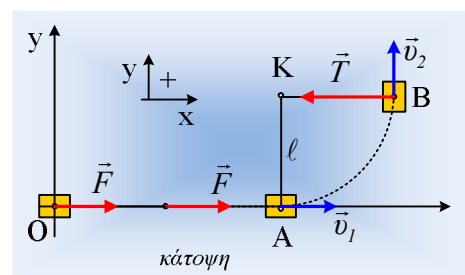
$$v = at \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2} at^2$$

Θεωρώντας την αρχική θέση O, ως αρχή του συστήματος αξόνων x,y, με αντικατάσταση $t=t_1=4\text{s}$, παίρνουμε:

$$v_1 = at_1 = 0,5 \cdot 4 \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} at_1^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 4^2 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

- ii) Μόλις δέσουμε το άκρο του νήματος στο σημείο K, το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, κέντρου K και με ταχύτητα σταθερού μέτρου, οπότε $v_2=v_1=2\text{m/s}$. Αλλά τότε για να διαγράψει ένα τεταρτοκυκλιο, θα απαιτηθεί χρόνος:



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_1} = \frac{\frac{1}{4} 2\pi R}{v_1} = \frac{\pi \ell}{2v_1} = \frac{\pi \cdot 2}{2 \cdot 2} s = 1,57 s$$

Οπότε το σώμα φτάνει στο Β τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t = 4s + 1,57s = 5,57s$.

iii) Στη διάρκεια της κυκλικής κίνησης το σώμα δέχεται από το νήμα δύναμη, την τάση του νήματος, η οποία το κρατάει στην κυκλική τροχιά, λειτουργώντας δηλαδή ως κεντρομόλος δύναμη, με μέτρο:

$$T = F_{\kappa} = m \frac{v^2}{R} = 10 \frac{2^2}{2} N = 20 N$$

iv) Κατά τη διάρκεια της κυκλικής κίνησης, η τάση του νήματος είναι διαρκώς κάθετη στη μετατόπιση, οπότε δεν παράγει έργο. Έχουμε δηλαδή:

$$W_{T_{A \rightarrow B}} = 0$$

v) Μόλις κοπεί το νήμα, στη θέση Β, το σώμα συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, στη διεύθυνση της ταχύτητάς του v_2 , άρα στην εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Β ή αν προτιμάται στην κατεύθυνση του άξονα y, οπότε σε ορισμένο χρονικό διάστημα $\Delta t' = 2s$ μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta y = v_2 \cdot \Delta t' = 2 \cdot 2m = 4m$$

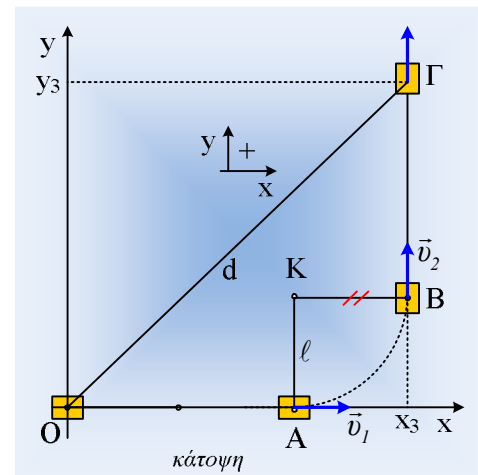
Φτάνοντας στο σημείο Γ του διπλανού σχήματος.

Αλλά τότε οι συντεταγμένες του σημείου Γ είναι:

$$(x_3, y_3) = (x_1 + \ell, \ell + \Delta y) = (6m, 6m)$$

Και η απόσταση του Γ από την αρχή Ο:

$$d = \sqrt{x_3^2 + y_3^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} m = 6\sqrt{2} m$$



dmargaris@gmail.com