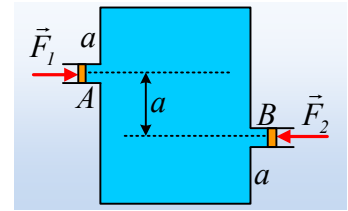


5.1 Μηχανική των ρευστών Γ'.

21. Δύο έμβολα και οι πιέσεις.

Στο διπλανό σχήμα, βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός κυλινδρικού δοχείου ύψους $h=3a=3\text{m}$ το οποίο είναι γεμάτο νερό, στο οποίο υπάρχουν δύο αβαρή έμβολα Α και Β, τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές, σε ισορροπία. Τα εμβαδά των εμβόλων είναι $A=4\text{cm}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{Pa}$ και $g=10\text{m/s}^2$.



i) Για τα μέτρα των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα ισχύει:

$$\alpha) F_1 < F_2, \quad \beta) F_1 = F_2, \quad \gamma) F_1 > F_2.$$

ii) Αν $F_1=20\text{N}$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2 .

iii) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που το νερό ασκεί στην πάνω και κάτω βάση του κυλίνδρου, εμβαδού $A_1=2\text{m}^2$.

22. Μια στρωτή ροή.

Σε ένα οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής 100cm^2 έχουμε μια στρωτή ροή νερού. Σε δύο σημεία Β και Γ, τα οποία απέχουν οριζόντια απόσταση $x=4\text{m}$, συνδέονται δυο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες, στους οποίους το νερό ανέρχεται σε ύψη $h_1=40\text{cm}$ και $h_2=39,6\text{cm}$ αντίστοιχα, όπως στο διπλανό σχήμα. Κάποια στιγμή, την οποία θεωρούμε $t=0$, η παροχή του σωλήνα, είναι $\Pi_0=0,2\text{L/s}$.



i) Να βρεθούν οι ταχύτητες ροής στα σημεία Β και Γ τη στιγμή $t=0$.

ii) Να υπολογιστούν οι τιμές της πίεσης στα σημεία Β και Γ, καθώς και η διαφορά πίεσης μεταξύ τους.

iii) Να βρεθεί η επιτάχυνση της ποσότητας του νερού, μεταξύ των σημείων Β και Γ.

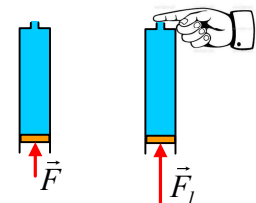
iv) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο σημείο Β τη στιγμή $t_1=10\text{s}$, καθώς και ο όγκος του νερού που εξέρχεται από το δεξιό άκρο του σωλήνα μέχρι τη στιγμή t_1 , θεωρώντας σταθερά τα ύψη του νερού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες.

Το νερό να θεωρηθεί **ιδανικό ασυμπίεστο ρευστό** το οποίο δεν εμφανίζει εσωτερική τριβή ή τριβή με τα τοιχώματα του σωλήνα. Δίνονται επίσης η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

23. Παίζοντας με μια σύριγγα.

Έχουμε γεμίσει μια κατακόρυφη σύριγγα με νερό, κλείνοντάς την στο κάτω μέρος με έμβολο εμβαδού $A=1\text{cm}^2$ και βάρους $0,2\text{N}$, το οποίο δεν παρουσιάζει τριβές με τα τοιχώματα. Το ύψος της στήλης του νερού είναι $h=10\text{cm}$.

i) Να υπολογιστεί η απαραίτητη δύναμη F που πρέπει να ασκούμε στο έμβολο για την ισορροπία του.



ii) Κλείνουμε με το δάκτυλο το άνω άνοιγμα της σύριγγας, διατομής ίσης με το $1/5$ της διατομής του κύριου σωλήνα και αυξάνουμε την τιμή της δύναμης σε $F_1=2,2\text{N}$. Πόση δύναμη πρέπει να ασκούμε με το

δάκτυλο στο άνοιγμα για να μην έχουμε διαρροή νερού και ποια η πίεση στην πάνω επιφάνεια του εμβόλου;

iii) Κάποια στιγμή ($t=0$) τραβάμε το δάκτυλο και μεταβάλλοντας κατάλληλα την ασκούμενη δύναμη F στο έμβολο, πετυχαίνουμε το έμβολο να κινείται με σταθερή $u=0,1\text{m/s}$. Με τον τρόπο αυτό το νερό εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω.

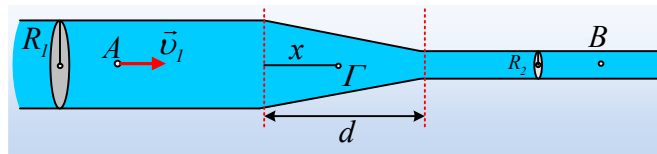
α) Σε πόσο ύψος πάνω από την σύριγγα θα φτάσει το νερό, αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα;

β) Να βρεθεί η πίεση στην πάνω πλευρά του εμβόλου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$. Με το τράβηγμα του δακτύλου, να θεωρήσετε ότι αποκαθίσταται, σχεδόν άμεσα, μόνιμη και στρωτή ροή, χωρίς εσωτερικές τριβές ή τριβές του νερού με τα τοιχώματα, ενώ καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος η σύριγγα συγκρατείται σε σταθερή θέση.

24. Η ροή στο στένωμα του σωλήνα.

Ένας οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας ακτίνας $R_1=8\text{cm}$ κάποια στιγμή παρουσιάζει ένα στένωμα (σχήματος κόλουρου κώνου), μήκους $d=0,4\text{m}$, καταλήγοντας σε δεύτερο κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας $R_2=4\text{cm}$. Στο σύστημα έχουμε μια μόνιμη και στρωτή ροή, όπου η ταχύτητα ροής στο σημείο A είναι $v_1=0,9\text{m/s}$ ενώ η πίεση $p_1=8.000\text{N/m}^2$.



i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα ροής καθώς και η πίεση στο σημείο B του στενού σωλήνα.

ii) Ένα σημείο Γ , βρίσκεται στον άξονα των δύο σωλήνων, στο μέσον του στενώματος, απέχοντας κατά $x=0,2\text{m}$ από το τέλος του φαρδιού σωλήνα.

α) Να υπολογισθεί η ταχύτητα ροής στο σημείο Γ .

β) Να βρεθεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μιας μικρής ποσότητας ρευστού, όγκου $0,2\text{cm}^3$ κατά την μετακίνησή της, από το σημείο A στο Γ .

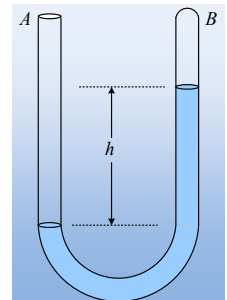
γ) Ποια η τιμή της πίεσης στο σημείο Γ ;

Το ρευστό θεωρείται ασυμπίεστο και ιδανικό, έχοντας πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$.

25. Οι πιέσεις σε ένα σωλήνα U.

Ο σωλήνας του διπλανού σχήματος έχει ανοικτό το σκέλος A και κλειστό το σκέλος του B και περιέχει νερό πυκνότητας $\rho=1.000\text{kg/m}^3$. Η κατακόρυφη απόσταση των ελεύθερων επιφανειών στα δύο σκέλη είναι ίση με $h=2\text{m}$.

Να εξετάσετε αν στο σκέλος B, πάνω από την επιφάνεια του νερού, περιέχεται αέρας ή όχι. Δίνεται $p_{\text{atm}}=10^5\text{N/m}^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.



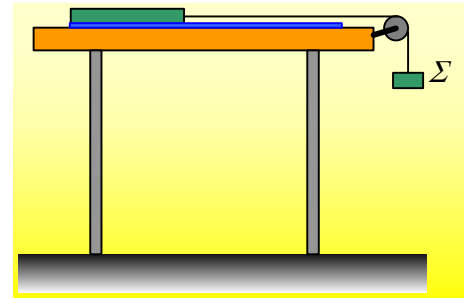
26. Το ιξώδες και η κίνηση της πλάκας.

Πάνω σε ένα τραπέζι έχει στρωθεί ένα λεπτό στρώμα μηχανέλαιου πάχους $\ell=0,1\text{cm}$.

Μια πλάκα μάζας $m_1=0,5\text{kg}$ και εμβαδού $A=0,2\text{m}^2$, ηρεμεί πάνω στην γλυκερίνη. Δένουμε την πλάκα με

αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από αβαρή τροχαλία όπως στο σχήμα, στο άλλο του άκρο του δένουμε ένα σώμα Σ , μάζας $m_2 = 0,5\text{kg}$, το οποίο κάποια στιγμή ($t=0$) αφήνουμε να κινηθεί.

- Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ .
- Αν μετά από λίγο, το σώμα Σ αποκτά σταθερή ταχύτητα πτώσης $v=10\text{cm/s}$, να βρεθεί ο συντελεστής ιξώδους του μηχανέλαιου.
- Ποια η επιτάχυνση της πλάκας τη στιγμή που έχει ταχύτητα $v_1=4\text{cm/s}$, θεωρώντας ότι κάθε στιγμή ισχύει η γνωστή εξίσωση για την τριβή που ασκείται στην πλάκα από το μηχανέλαιο.

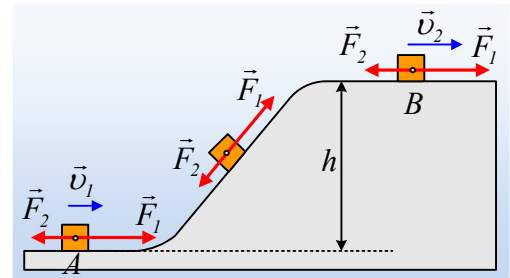


Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

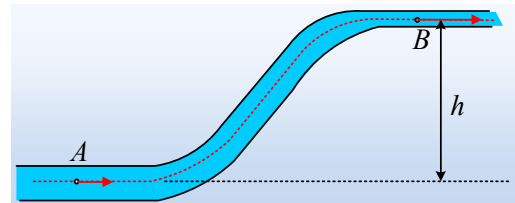
27. Από ένα υλικό σημείο, σε ένα σωμάτιο ρευστού.

A) Ένα σώμα, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, μάζας $0,2\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τη στιγμή που περνά από μια θέση A με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, δέχεται δύο δυνάμεις μέτρων $F_1=4\text{N}$ και $F_2=3\text{N}$, όπως στο σχήμα, με την βοήθεια των οποίων, φτάνει σε σημείο B, ενός δεύτερου οριζοντίου επιπέδου, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h=0,5\text{m}$, αφού περάσει από ένα κεκλιμένο επίπεδο. Σε όλη τη διαδρομή οι δυο δυνάμεις έχουν την διεύθυνση της ταχύτητας (η πρώτη με την ίδια φορά και η δεύτερη αντίθετη φορά από την ταχύτητα). Στην παραπάνω κίνηση δεν εμφανίζονται τριβές, ενώ το σώμα διανύει συνολικά διάστημα $s=1,3\text{m}$, από τη θέση A, στη θέση B.

- Να υπολογιστεί η ταχύτητα v_2 του σώματος στη θέση B.
- Αν στη διάρκεια της παραπάνω μετακίνησης ασκείτο στο σώμα και δύναμη τριβής, για να εξασφαλίσουμε την ίδια ταχύτητα v_2 , θα χρειαστεί να αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης F_1 στην τιμή $F_1'=5\text{N}$. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την μετακίνηση του σώματος από το A στο B.



B) Σε ένα δίκτυο ύδρευσης, σε σημείο A ενός οριζοντίου σωλήνα διατομής $A_1=3\text{cm}^2$, έχουμε ροή νερού με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, ενώ η πίεση είναι ίση με $p_1=106.500\text{Pa}$. Ο σωλήνας εμφανίζει μια ανοδική πορεία καταλήγοντας σε άλλο οριζόντιο σωλήνα, διατομής A_2 . Σε σημείο B του σωλήνα αυτού, η πίεση είναι $p_2=10^5\text{Pa}$, ενώ η κατακόρυφη απόσταση των σημείων A και B είναι $h=0,5\text{m}$.



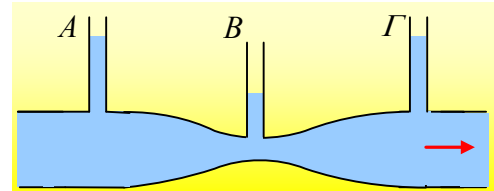
- Αν το νερό θεωρηθεί ασυμπιέστο ιδανικό ρευστό και η ροή μόνιμη και στρωτή, να βρεθεί η διατομή του σωλήνα στο σημείο B.
- Να υπολογιστεί το έργο που παράγει πάνω σε ένα σωμάτιο ρευστού όγκου $V_1=20\text{cm}^3$, το υπόλοιπο νερό, κατά τη μετάβασή του από το σημείο A στο σημείο B.

- ν) Το νερό βέβαια δεν είναι ιδανικό ρευστό, με αποτέλεσμα για να έχουμε την ίδια σταθερή παροχή, πρέπει να αυξήσουμε την πίεση στο σημείο A στην τιμή $p_A=1,2 \cdot 10^5 \text{Pa}$. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την μετακίνηση του παραπάνω σωματίου ρευστού από το A στο B, εξαιτίας της τριβής.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000 \text{kg/m}^3$ και $g=10 \text{m/s}^2$.

28. Το ύψος και η ταχύτητα σε σωλήνα με στένωμα.

Ο οριζόντιος σωλήνας του σχήματος, διατομής $A_A=A_1=20 \text{cm}^2$ παρουσιάζει σε μια περιοχή ένα στένωμα διατομής $A_B=A_2=5 \text{cm}^2$. Στο σωλήνα ρέει νερό που στο στένωμα έχει ταχύτητα $0,8 \text{m/s}$. Το ύψος του νερού στο σωλήνα A είναι 23cm .

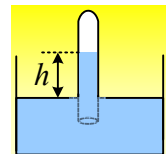


- Πόσο είναι το ύψος του νερού στο σωλήνα B και πόσο στο σωλήνα Γ, όπου ο σωλήνας έχει ξανά διατομή A_1 .
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του νερού στο στένωμα, όταν το ύψος του νερού στον σωλήνα A είναι 12cm και στον B μηδέν.

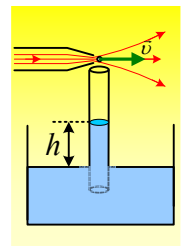
Η ροή να θεωρηθεί μόνιμη και στρωτή ροή ιδανικού ρευστού, ενώ η πυκνότητα του νερού είναι ίση με 1.000kg/m^3 . Η ακτίνα του σωλήνα να θεωρηθεί αμελητέα σε σχέση με τα ύψη του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες, ενώ $g=10 \text{m/s}^2$.

29. Ανύψωση μιας στήλης νερού.

Στο διπλανό σχήμα, ένας αντεστραμμένος σωλήνας με κλειστό το πάνω του άκρο, συγκρατείται σε κατακόρυφη θέση σε μια λεκάνη με νερό, με αποτέλεσμα, το νερό να έχει ανέλθει στο εσωτερικό του κατά $h=5 \text{cm}$.



- Να υπολογιστεί η πίεση του αέρα στο εσωτερικό του σωλήνα, πάνω από το νερό.
- Ένας δεύτερο σωλήνας με ανοικτά τα δυο του άκρα, βυθίζεται στο νερό και δημιουργώντας ένα ρεύμα αέρα στο πάνω άκρο του, παρατηρούμε να «ανεβαίνει» ξανά το νερό στο εσωτερικό του, κατά $h=5 \text{cm}$.

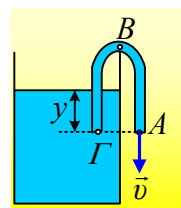


- Μπορείτε να ερμηνεύσετε την άνοδο του νερού στο εσωτερικό του σωλήνα;
 - Να βρεθεί η ταχύτητα του ρεύματος του αέρα, θεωρώντας τη ροή μόνιμη και στρωτή.
- Αν το μήκος του σωλήνα που προεξέχει του νερού είναι $l=0,1 \text{m}$, ποια ταχύτητα πρέπει να έχει το ρεύμα του αέρα, ώστε το νερό να φτάσει στο πάνω άκρο του σωλήνα;
 - Αν το ρεύμα αέρα έχει ταχύτητα $v=45 \text{m/s}$, τι πρόκειται να συμβεί;

Δίνονται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000 \text{kg/m}^3$, η πυκνότητα του αέρα $\rho_a=1,25 \text{kg/m}^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5 \text{N/m}^2$.

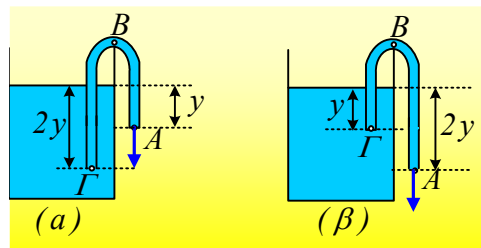
30. Βγάζοντας νερό με αναρρόφηση από μια δεξαμενή.

Διαθέτουμε μια δεξαμενή με νερό. Για να αφαιρέσουμε μια ποσότητα νερού από την δεξαμενή, χρησιμοποιούμε έναν ελαστικό σωλήνα σταθερής διατομής $A=2 \text{cm}^2$, τον οποίο



αφού λυγίσουμε, βυθίζουμε το ένα άκρο του Γ κατά $y=45\text{cm}$ στο νερό. Με αναρρόφηση στο άλλο άκρο A , το οποίο βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Γ , πετυχαίνουμε την εκροή του νερού.

- Να βρεθεί σε πόσο χρονικό διάστημα μπορούμε να γεμίσουμε ένα δοχείο όγκου 12L , θεωρώντας ότι το εμβαδόν της επιφάνειας της δεξαμενής, είναι πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα.
- Να υπολογιστεί η πίεση στο άκρο Γ και στο ανώτερο σημείο B του σωλήνα, το οποίο απέχει απόσταση $h=1\text{m}$ από το επίπεδο $A\Gamma$.
- Προκειμένου να συντομευτεί το απαιτούμενο χρονικό διάστημα άντλησης του νερού, προτείνεται να χρησιμοποιήσουμε μακρύτερο σωλήνα, σε δυο διαφορετικά ενδεχόμενα. Στο πρώτο, το βυθιζόμενο τμήμα του σωλήνα είναι $2y$, στον δεύτερο το άκρο A βρίσκεται κατά y χαμηλότερα του Γ , όπως στα σχήματα.



Ποιον τρόπο θα επιλέγατε και γιατί; Να βρεθεί η πίεση στο άκρο Γ του σωλήνα και για τις δύο αυτές περιπτώσεις.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{N/m}^2$, ενώ το νερό, να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό και όλες οι ροές μόνιμες και στρωτές.

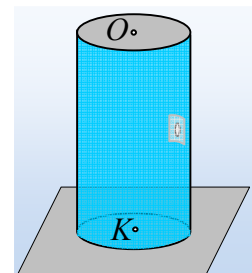
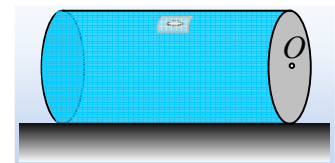
31. Μια τρύπα στο κυλινδρικό δοχείο...

Διαθέτουμε ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης $R=0,1\text{m}$ και ύψος $H=0,4\text{m}$, σε οριζόντιο επίπεδο. Στο μέσον της απόστασης των δύο βάσεων υπάρχει μια μικρή οριζόντια τρύπα ακτίνας $r=0,2\text{cm}$, μέσω της οποίας γεμίζουμε πλήρως, μέχρι υπερχειλίσης, το δοχείο με νερό. Στη συνέχεια καλύπτουμε την τρύπα με μια μεμβράνη κουζίνας.

- Να βρεθεί η πίεση σε σημείο A της τρύπας, στο κάτω μέρος της μεμβράνης, καθώς και στο κέντρο O της μιας βάσης του δοχείου.

Ανασηκώνουμε το δοχείο, στηρίζοντάς το στη μια βάση του, όπως στο δεύτερο σχήμα.

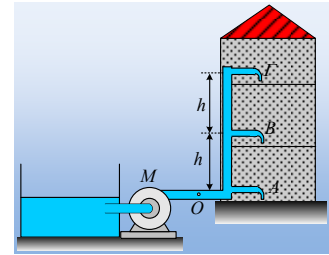
- Θα συνεχίσει η μεμβράνη να καλύπτει την τρύπα ή το νερό θα αρχίσει να ρέει, συμπαρασύροντας και την μεμβράνη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Αφού υπολογίστε τις πιέσεις στα κέντρα O και K των δύο βάσεων, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που το νερό ασκεί στις βάσεις του δοχείου.
- Ανοίγουμε μια μικρή τρύπα στο κέντρο O της πάνω βάσης. Να υπολογίσετε την αρχική παροχή με την οποία εκρέει το νερό από το δοχείο, μόλις αποκατασταθεί μόνιμη και στρωτή ροή.



Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ασυμπίεστο ρευστό, πυκνότητας $\rho=1\text{g/cm}^3$, ενώ δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\text{at}}=10^5\text{Pa}$.

32. Τρεις ανοικτές βρύσες και η αντλία.

Μια τριώροφη κατοικία τροφοδοτείται με νερό από μια δεξαμενή, στην επιφάνεια του εδάφους, με την βοήθεια μιας αντλίας (M), όπως στο σχήμα. Ο κεντρικός σωλήνας τροφοδοσίας έχει ορισμένη διατομή A_1 , ενώ με πλήρως ανοικτές τις βρύσες, το νερό εξέρχεται σχηματίζοντας φλέβες με διατομές $A=0,3\text{cm}^2$. Η βρύση στο ισόγειο, βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την αντλία, ενώ κάθε όροφος έχει ύψος $h=4\text{m}$. Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση. Ανοίγουμε ταυτόχρονα και πλήρως τις τρεις βρύσες, οπότε η παροχή της βρύσης του ισόγειου είναι $0,45\text{L/s}$. Θεωρώντας μηδενικό το συντελεστή ιξώδους, ενώ δεν υπάρχουν τριβές του νερού με τα τοιχώματα και τις ροές μόνιμες και στρωτές:



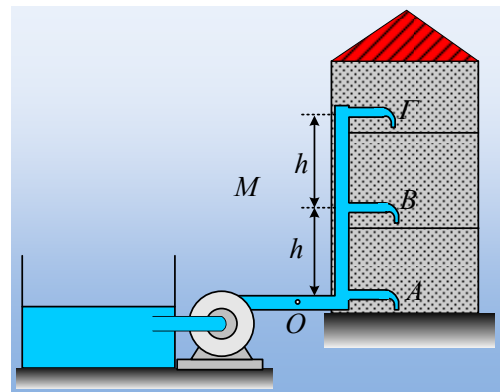
εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση. Ανοίγουμε ταυτόχρονα και πλήρως τις τρεις βρύσες, οπότε η παροχή της βρύσης του ισόγειου είναι $0,45\text{L/s}$. Θεωρώντας μηδενικό το συντελεστή ιξώδους, ενώ δεν υπάρχουν τριβές του νερού με τα τοιχώματα και τις ροές μόνιμες και στρωτές:

- Να βρεθούν οι παροχές στους δύο ορόφους.
- Ποια η ισχύς τη αντλίας;
- Βέβαια στην πραγματικότητα, η παραπάνω ροή δεν είναι στρωτή αλλά τυρβώδης, αφού το νερό δεν έχει μηδενικό συντελεστή ιξώδους. Έτσι λειτουργώντας η αντλία με την παραπάνω ισχύ, οι τρεις παροχές είναι $\Pi_A=0,42\text{L/s}$, $\Pi_B=0,3\text{L/s}$ και $\Pi_\Gamma=0,18\text{L/s}$. Να βρεθεί η ισχύς που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της εσωτερικής τριβής που εμφανίζεται.

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

33. Μια αντλία τροφοδοτεί με νερό μια κατοικία.

Μια τριώροφη κατοικία τροφοδοτείται με νερό από μια δεξαμενή, στην επιφάνεια του εδάφους, με την βοήθεια μιας αντλίας (M), όπως στο σχήμα. Ο κεντρικός σωλήνας τροφοδοσίας έχει διατομή $A_1=3\text{cm}^2$, οι τρεις οριζόντιες διακλαδώσεις $A_2=1\text{cm}^2$, ενώ με πλήρως ανοικτές τις βρύσες, το νερό εξέρχεται από διατομές $A=0,3\text{cm}^2$. Η βρύση στο ισόγειο, βρίσκεται στο ίδιο ύψος με την αντλία, ενώ κάθε όροφος έχει ύψος $h=4\text{m}$. Η αντλία λειτουργεί αυτόματα, εξασφαλίζοντας στην έξοδό της, σταθερή πίεση $p=2\text{atm}$.



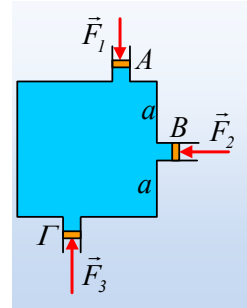
- Με κλειστές τις βρύσες, να υπολογιστεί η πίεση του νερού σε κάθε βρύση.
- Ανοίγουμε πλήρως την βρύση του πρώτου ορόφου. Θεωρώντας ότι η ροή πραγματοποιείται χωρίς τριβές και είναι μόνιμη και στρωτή, να υπολογιστούν:
 - Η παροχή της βρύσης.
 - Η πίεση στους τρεις οριζόντιους σωλήνες.
 - * Η ισχύς της αντλίας.

Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=1\text{atm}=10^5\text{N/m}^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το κατακόρυφο μήκος κάθε βρύσης θεωρείται αμελητέο.

* Δύσκολη ερώτηση, η οποία μπορεί να παραληφθεί.

34. Τρία έμβολα και οι πιέσεις.

Στο διπλανό σχήμα, βλέπετε μια κατακόρυφη τομή ενός κυβικού δοχείου το οποίο είναι γεμάτο νερό, στο οποίο υπάρχουν τρία αβαρή έμβολα A, B και Γ σε ισορροπία. Τα εμβαδά των τριών εμβόλων είναι ίσα και το B βρίσκεται στο μέσον της κατακόρυφης έδρας.



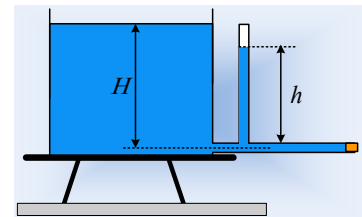
i) Για τα μέτρα των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα ισχύει:

$$\alpha) F_1=F_2=F_3, \quad \beta) F_2 < F_1 < F_3, \quad \gamma) F_1 < F_2 < F_3.$$

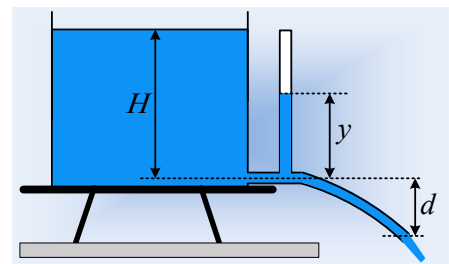
ii) Αν $F_1=4\text{N}$, να βρεθούν τα μέτρα των άλλων δυνάμεων, αν τα έμβολα έχουν εμβαδά $A=2\text{cm}^2$, ο κύβος πλευρά $2a=1\text{m}$, η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$.

35. Ανοιγοκλείνουμε την τάπα και ο αέρας εγκλωβισμένος.

Στο σχήμα μια δεξαμενή περιέχει νερό σε ύψος $H=1,25\text{m}$ και κοντά στον πυθμένα της συνδέεται οριζόντιος σωλήνας, διατομής $0,4\text{cm}^2$, το άκρο του οποίου έχουμε κλείσει με μια τάπα. Στον σωλήνα αυτόν, έχει προσαρμοσθεί ένας δεύτερος λεπτός κατακόρυφος σωλήνας, ύψους H , κλειστός στο άνω άκρο του, εντός του οποίου το νερό έχει ανέβει κατά $h=1\text{m}$.



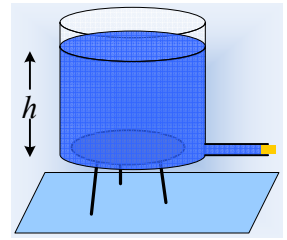
- i) Πόση δύναμη δέχεται η τάπα από το νερό και ποια η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα στον κατακόρυφο σωλήνα;
- ii) Σε μια στιγμή βγάζουμε την τάπα και το νερό εκρέει από το άκρο B του σωλήνα. Να βρεθεί η παροχή του σωλήνα.
- iii) Να βρεθεί το ύψος που ανέρχεται το νερό στο κατακόρυφο σωλήνα, στη διάρκεια της παραπάνω ροής.
- iv) Λυγίζουμε τον σωλήνα, ώστε να πάρει τη μορφή του σχήματος, όπου $d=55\text{cm}$. Ποιο το ύψος του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα;



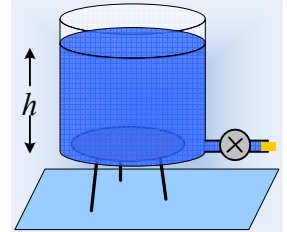
Θεωρούμε πολύ μεγάλη την ελεύθερη επιφάνεια του νερού στην δεξαμενή, το νερό ιδανικό ρευστό με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και τη ροή μόνιμη (για το χρονικό διάστημα, που πραγματοποιούμε το πείραμα). Δίνονται ακόμη $g=10\text{m/s}^2$ και $p_{atm}=10^5\text{Pa}$, ενώ η θερμοκρασία του εγκλωβισμένου αέρα παραμένει σταθερή. Υπενθυμίζεται δε και ο νόμος του Boyle!!! Για μια ποσότητα αερίου σε σταθερή θερμοκρασία $pV=\text{σταθ}$.

36. Πάμε να αυξήσουμε την παροχή

Ένα μεγάλο κυλινδρικό δοχείο περιέχει νερό σε βάθος h , ενώ κοντά στον πυθμένα του είναι συνδεδεμένος οριζόντιος σωλήνας διατομής $A=1\text{cm}^2$, ο οποίος κλείνεται με τάπα. Ανοίγοντας την τάπα, μπορούμε να γεμίσουμε με νερό, ένα άδειο δοχείο όγκου 5L, σε χρονικό διάστημα 10s.



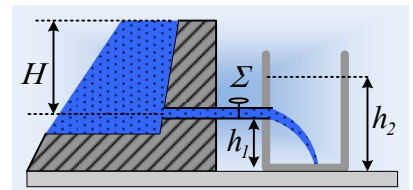
- i) Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού, από το άκρο του σωλήνα.
- ii) Ποιο το βάθος h του νερού στο δοχείο;
- iii) Θέλοντας να αυξήσουμε την παροχή, παρεμβάλουμε στο σωλήνα μια αντλία, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα να γεμίζουμε ένα άδειο δοχείο όγκου 6L σε χρονικό διάστημα 10s:
 - α) Πόση είναι τώρα η ταχύτητα εκροής του νερού;
 - β) Να βρεθεί η ισχύς της αντλίας.



Το νερό να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, πυκνότητας 1.000kg/m^3 , οι παραπάνω ροές μόνιμες και στρωτές, στη διάρκεια των οποίων δεν μεταβάλλεται το ύψος του νερού στο δοχείο, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

37. Πάμε να γεμίσουμε ένα μεγάλο δοχείο με νερό

Διαθέτουμε μια πολύ μεγάλη δεξαμενή με νερό. Ένας οριζόντιος σωλήνας διατομής $A=4\text{cm}^2$, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να γεμίσουμε ένα μεγάλο δοχείο-ντεπόζιτο, το οποίο συνδέεται με τη δεξαμενή, όπως στο σχήμα.



Δίνονται $H=1,25\text{m}$, $h_1=55\text{cm}$, ενώ η στρόφιγγα Σ είναι αρχικά κλειστή.

Ανοίγουμε τη στρόφιγγα και αποκαθίσταται σύντομα μια μόνιμη και στρωτή ροή, την οποία προσομοιάζουμε με ροή ιδανικού ρευστού με πυκνότητα $\rho=1.000\text{kg/m}^3$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να βρεθεί η ταχύτητα εκροής του νερού από το άκρο του σωλήνα, καθώς και η παροχή του σωλήνα.
- ii) Η εξερχόμενη φλέβα νερού, καμπυλώνεται και φτάνει στον πυθμένα του δοχείου, χωρίς να διαχωρίζεται. Να βρεθεί η διατομή της, τη στιγμή που συναντά τον πυθμένα.
- iii) Μετά από αρκετό χρόνο, το νερό έχει ανέλθει στο δοχείο μέχρι ύψος $h_2=1\text{m}$. Με ποιο ρυθμό αυξάνεται ο όγκος του νερού στο δοχείο στην φάση αυτή;

Θεωρείστε ότι η δεξαμενή έχει πολύ μεγάλο όγκο, οπότε το γέμισμα του δοχείου δεν προκαλεί παρατηρήσιμη μεταβολή στο ύψος του νερού εντός της, ενώ και το δοχείο έχει αρκετό όγκο, οπότε η άνοδος της επιφάνειας του νερού να είναι πάρα πολύ αργή.