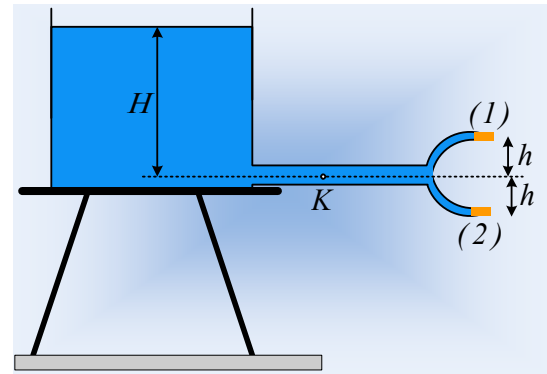


Η δεξαμενή και οι δύο παροχές.

Ένα μεγάλο ντεπόζιτο περιέχει νερό και στο κάτω μέρος του συνδέεται οριζόντιος σωλήνας διατομής A , ο οποίος καταλήγει σε δυο μικρότερους σωλήνες (1) και (2), όπως στο σχήμα, με διατομές $A_1=A_2= \frac{1}{2} A$. Το σημείο K , στον οριζόντιο σωλήνα, απέχει κατακόρυφη απόσταση H από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, ενώ οι μικρότεροι σωλήνες στην έξοδο φράσσονται με τάπες, οι οποίες απέχουν κατακόρυφες αποστάσεις h , από το K .



i) Η πίεση στο σημείο K έχει τιμή p_K , όπου:

$$\alpha) p_K = p_{\text{ατμ}}, \quad \beta) p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho g H, \quad \gamma) p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho g h, \quad \delta) p_K = \rho g H$$

όπου $p_{\text{ατμ}}$ η ατμοσφαιρική πίεση, ρ η πυκνότητα του νερού και g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

ii) Αν ανοίξουμε την τάπα (1) και αποκατασταθεί μια μόνιμη στρωτή ροή, για την πίεση p_1 στο K ισχύει:

$$\alpha) p_1 < p_K, \quad \beta) p_1 = p_K, \quad \gamma) p_1 > p_K.$$

iii) Αν ανοίξουμε ταυτόχρονα και τις δύο τάπες, μόλις αποκατασταθεί μια μόνιμη στρωτή ροή, για την πίεση p_2 στο K ισχύει:

$$\alpha) p_2 < p_1, \quad \beta) p_2 = p_1, \quad \gamma) p_2 > p_1.$$

Θεωρούμε το νερό ιδανικό ρευστό και ότι κατά τις παραπάνω ροές, η επιφάνεια του νερού στο ντεπόζιτο παραμένει σταθερή.

Απάντηση:

i) Το σημείο A βρίσκεται σε βάθος H από την επιφάνεια του νερού που ισορροπεί και η πίεση θα είναι ίση με $p_K = p_{\text{ατμ}} + \rho g H$, αφού πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια υπάρχει ατμόσφαιρα. Σωστό το β).

ii) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί μια ρευματική γραμμή BKG .

Με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli μεταξύ των σημείων B και K παίρνουμε:

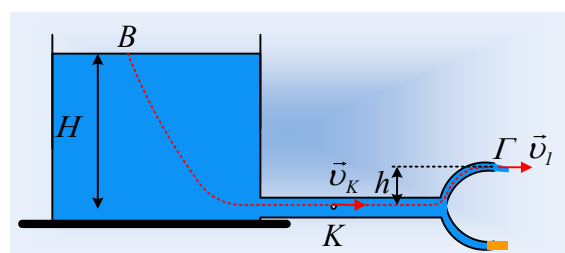
$$p_B + \rho g H + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = p_K + \frac{1}{2} \rho v_K^2 \quad (1)$$

Αλλά, αφού πρακτικά δεν κατεβαίνει η επιφάνεια του νερού $v_B = 0$, $p_B = p_{\text{ατμ}}$, ενώ $p_K = p_1$, οπότε η (1) δίνει:

$$p_{\text{ατμ}} + \rho g H = p_K + \frac{1}{2} \rho v_K^2 \rightarrow p_1 = (p_{\text{ατμ}} + \rho g H) - \frac{1}{2} \rho v_K^2 \quad \text{ή}$$

$$p_1 = p_K - \frac{1}{2} \rho v_K^2$$

Η πίεση δηλαδή μειώνεται λόγω ροής και σωστή είναι η επιλογή α).



iii) Με ανοικτή μόνο την πάνω τάπα (1) παίρνουμε από την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Κ και Γ:

$$p_K + \frac{1}{2} \rho v_K^2 = p_\Gamma + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2$$

$$p_1 = \left(p_{\text{ατμ}} + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2 \right) - \frac{1}{2} \rho v_{K1}^2 \quad (2)$$

Εφαρμόζοντας τώρα την ίδια εξίσωση για τα σημεία Β και Γ παίρνουμε:

$$p_B + \rho g H = p_\Gamma + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2 \quad (3)$$

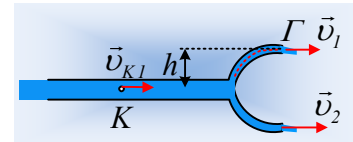
$$\text{Αλλά } p_B = p_\Gamma = p_{\text{ατμ}} \text{ οπότε } v_\Gamma = \sqrt{2g(H-h)} \quad (4)$$

Ενώ από την εξίσωση της συνέχειας για τις διατομές στα Κ και Γ παίρνουμε:

$$A_K \cdot v_K = A_\Gamma \cdot v_\Gamma \rightarrow A \cdot v_K = \frac{1}{2} A \cdot v_\Gamma \text{ ή}$$

$$v_{K1} = \frac{1}{2} v_\Gamma \quad (4)$$

Έστω τώρα ότι έχουμε και τις δυο τάπες ανοικτές. Η εξίσωση (3) ισχύει ξανά, πράγμα που σημαίνει ότι η ταχύτητα εκροής στο άκρο Γ, παραμένει ίδια με προηγουμένως, εξίσωση (4).



Με την ίδια συλλογιστική (μπορείτε να μιλήσετε και για τον νόμο

Torricelli...) βρίσκουμε ότι η ταχύτητα εκροής στον κάτω σωλήνα, άκρο Δ, δίνεται από την εξίσωση:

$$v_\Delta = v_2 = \sqrt{2g(H+h)}$$

Ενώ από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ της διατομής στο Κ και στις δυο εξόδους, παίρνουμε:

$$A \cdot v_{K2} = A_1 \cdot v_1 + A_2 \cdot v_2 \rightarrow$$

$$A \cdot v_{K2} = \frac{1}{2} A v_1 + \frac{1}{2} A v_2 \rightarrow$$

$$v_{K2} > v_{K1}$$

Παίρνουμε ξανά την εξίσωση Bernoulli για τα σημεία Κ και Γ:

$$p_{K2} + \frac{1}{2} \rho v_{K2}^2 = p_\Gamma + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2$$

$$p_2 = \left(p_{\text{ατμ}} + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_\Gamma^2 \right) - \frac{1}{2} \rho v_{K2}^2 \quad (5)$$

Από την σύγκριση των σχέσεων (2) και (5) προκύπτει ότι $p_2 < p_1$. Σωστό το α).

Σχόλιο:

Το άνοιγμα της δεύτερης τάπας στο άκρο Δ, δεν μεταβάλλει την ταχύτητα εκροής στο Γ. Αλλά νερό εκρέει και από το στόμιο στο Δ, οπότε αυξάνει η ταχύτητα ροής στο σημείο Κ. Αλλά τότε από την (1):

$$p_K = \left(p_{\text{ατμ}} + \rho g H \right) - \frac{1}{2} \rho v_K^2$$

Προκύπτει ότι η αύξηση της ταχύτητας ροής στο Κ συνοδεύεται από μείωση της πίεσης στο Κ, οπότε $p_2 < p_1$.

Υλικό Φυσικής-Χημείας.

Επειδή το να μοιάζεις πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης