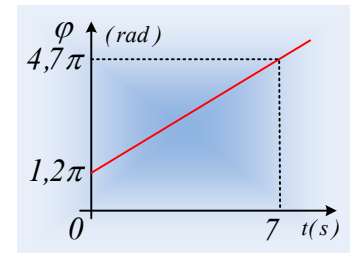


## Η φάση και η αρχική φάση της απομάκρυνσης σε μια ΑΑΤ.

Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



i) Πόση είναι η αρχική φάση και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της φάσης της απομάκρυνσης;

ii) Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της φάσης της ταχύτητας σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = 6\text{s}$ .

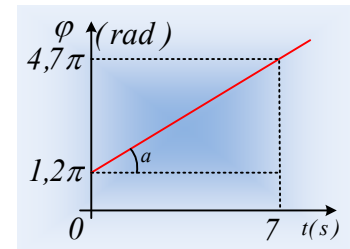
iv) Αν κάποια στιγμή  $t_1$  το σώμα έχει ταχύτητα  $v_1 = 2\text{m/s}$ , να βρεθεί η ταχύτητά του τη στιγμή  $t_2 = t_1 + 10\text{s}$ .

Δίνεται ότι για την απομάκρυνση ισχύει η γνωστή εξίσωση του σχολικού βιβλίου.

### Απάντηση:

i) Η αρχική φάση της απομάκρυνσης είναι  $\varphi_0 = 1,2\pi \text{ rad}$ , ενώ ο ρυθμός μεταβολής της φάσης είναι ίσος με την κλίση της ευθείας στο διάγραμμα  $\varphi-t$  που μας δόθηκε:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{4,7\pi - 1,2\pi}{7} \text{ rad/s} = 0,5\pi \text{ rad/s}$$



ii) Η φάση δίνεται από την σχέση  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  και ο ρυθμός τον οποίο υπολο-

γίσαμε προηγούμενα δεν είναι τίποτα άλλο από την γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης  $\omega$ . Πράγματι:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{(\omega t_2 + \varphi_0) - (\omega t_1 + \varphi_0)}{t_2 - t_1} = \frac{\omega(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \omega$$

$$\text{Αλλά τότε } \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,5\pi} = 4\text{s}$$

iii) Αν η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής:

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Η αντίστοιχη εξίσωση της ταχύτητας θα είναι:

$$v = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) = v_{\max} \cdot \eta\mu\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

Δηλαδή η φάση της ταχύτητας προηγείται κατά  $\pi/2$  της φάσης της απομάκρυνσης. Αλλά τότε για τη μεταβολή της φάσης της ταχύτητας σε ορισμένο χρονικό διάστημα θα έχουμε:

$$\Delta\varphi_v = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(\omega t_2 + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) - \left(\omega t_1 + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) = \omega(t_2 - t_1) = \omega \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$\Delta\varphi_v = 0,5\pi \cdot 6 = 3\pi \text{ rad}$$

iv) Τη στιγμή  $t_1$  η ταχύτητα του σώματος είναι ίση:

$$v_1 = v_{max} \cdot \eta\mu\left(\omega t_1 + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ενώ αντίστοιχα τη στιγμή  $t_2$  η ταχύτητά του είναι ίση:

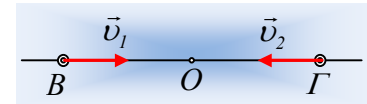
$$v_2 = v_{max} \cdot \eta\mu\left(\omega t_2 + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) = v_{max} \cdot \eta\mu\left(\omega(t_1 + 10) + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$$

$$v_2 = v_{max} \cdot \eta\mu\left(\left(\omega t_1 + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + 5\pi\right) = -v_{max} \cdot \eta\mu\left(\omega t_1 + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) = -2 \text{ m/s}$$

### Σχόλιο:

Σε χρονικό διάστημα  $\Delta t' = 10\text{s}$ , η φάση της ταχύτητας αυξάνεται κατά  $\Delta\varphi_\tau = \omega \cdot \Delta t' = 5\pi$ , έχει δηλαδή το σώμα εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις επιπλέον, έχοντας ταχύτητα ίση με αυτή που θα είχε και μετά από μισή ταλάντωση!

Ας δούμε το σώμα στο διπλανό σχήμα. Αν το σώμα περνάει από τη θέση Β κάποια στιγμή  $t_1$  με ταχύτητα  $v_1$ , μετά από  $\frac{1}{2} T$ , θα περνά από τη συμμετρική θέση Γ, με αντίθετη ταχύτητα.



### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονύσης Μάργαρης*