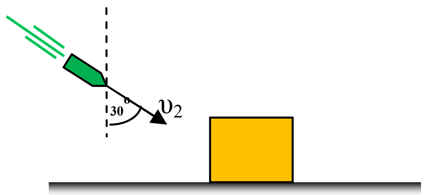
Κύριε κύριε γιατί δεν ανασηκώνεται;

Βλήμα μάζα m_1=1kg κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=6m/s με κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία $φ=30^0$ με την κατακόρυφο και συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο κιβώτιο μάζας m_2=2kg. Το δάπεδο με το κιβώτιο δεν εμφανίζει τριβές. Αν η κρούση διαρκεί Δt=0.01s τότε:



Α. Η μεταβολή της ορμής του κιβωτίου έχει:

i) Μέτρο $\Delta p_2 = 2kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα δεξιά.

ii) Μέτρο $\Delta p_2 = 1kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα αριστερά.

iii) Μέτρο $\Delta p_2 = 2kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα αριστερά.

iv) Μέτρο $\Delta p_2 = 1kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα δεξιά.

Β. Η μεταβολή της ορμής του βλήματος έχει:

i) Μέτρο $\Delta p_1 = 2kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα αριστερά.

ii) Μέτρο $\Delta p_1 = \sqrt{31}kg{\cdot}m/s$ και κατεύθυνση με το διάνυσμα $\Delta\vec{p}_1$ να σχηματίζει γωνία φ μικρότερη από 90^o με τον οριζόντιο άξονα.

iii) Μέτρο $\Delta p_1 = 2kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα δεξιά

iv) Μέτρο $\Delta p_1 = \sqrt{31}kg{\cdot}m/s$ και κατεύθυνση με το διάνυσμα $\Delta\vec{p}_1$ να σχηματίζει γωνία φ μεγαλύτερη από 90^o με τον οριζόντιο άξονα.

Γ. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος έχει:

i) Μέτρο $\Delta p_\Sigma = 3\sqrt{3}kg{\cdot}m/s$ και κατεύθυνση με το διάνυσμα $\Delta\vec{p}_\Sigma$ να σχηματίζει γωνία φ μικρότερη από 90^o με τον οριζόντιο άξονα.

ii) Μέτρο $\Delta p_\Sigma = 2kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα κάτω.

iii) Μέτρο $\Delta p_\Sigma = 3\sqrt{3}kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα πάνω.

iv) Μέτρο $\Delta p_\Sigma = 2kg{\cdot}m/s$ και φορά προς τα πάνω

Δ. Η μέση κατακόρυφη δύναμη στον άξονα y΄y που δέχτηκε το βλήμα από το κιβώτιο είναι:

i) προς τα κάτω με μέτρο 510N
ii) προς τα πάνω με μέτρο 520N
iii) προς τα πάνω με μέτρο 510N
iv) προς τα κάτω με μέτρο 520N

Ε. Η μέση δύναμη που άσκησε το δάπεδο στο κιβώτιο είναι:

i) προς τα πάνω με μέτρο 520N
ii) προς τα πάνω με μέτρο 540N
iii) προς τα πάνω με μέτρο 530N
iv) προς τα πάνω με μέτρο 510N

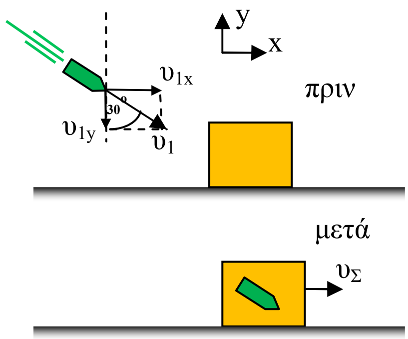
Στ. Η μέση δύναμη του δαπέδου είναι πολύ μεγαλύτερη από τη βάρος του συσσωματώματος, γιατί το κιβώτιο δεν ανασηκώνεται από το δάπεδο;

Επιλέξτε τις απαντήσεις σας και δικαιολογήστε τις επιλογές σας.

Απάντηση

Α→i

Αναλύουμε την ταχύτητα σε άξονες. Προσοχή στον κατακόρυφο άξονα y΄y δεν ισχύει η ΑΔΟ για το σύστημα m_1 και m_2 γιατί αναπτύσσονται εξωτερικές κατακόρυφες δυνάμεις από το έδαφος την ώθηση των οποίων δεν μπορούμε να αμελήσουμε.



Από ΑΔΟ στον x΄x έχουμε:

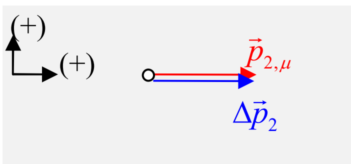
$$\vec{P}_x^{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_x^{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

$$\vec{p}_{1,x} + 0 = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,x} \xRightarrow{(+)\rightarrow} m_1 u_1 \eta\mu\varphi = (m_1 + m_2) u_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow$$
$$1 \cdot 6 \cdot 0.5 = (2+1) u_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow u_{\sigma\upsilon\sigma} = 1 m/s$$

Άρα το συσσωμάτωμα κινείται προς τα δεξιά

Για το κιβώτιο ισχύει: $\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\mu} - \vec{p}_{2,\pi} \xRightarrow{\overset{+}{\rightarrow}} m_2 u_{\sigma\upsilon\sigma} - 0 = 2 \cdot 1 = 2 kg \cdot m/s$

Με φορά προς τα δεξιά



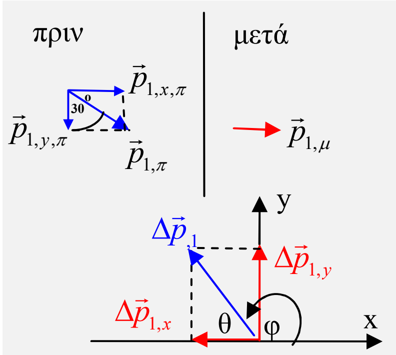
Β→iv

Αναλύουμε τις ορμές του βλήματος σε κάθετες και οριζόντιες συνιστώσες.

$$\Delta\vec{P}_1 = \Delta\vec{P}_{1,x} + \Delta\vec{P}_{1,y}$$

$$\Delta\vec{p}_{1,x} = \vec{p}_{1x,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1x,\alpha\rho\chi} \overset{\overset{+}{\rightarrow}}{\Longrightarrow}$$
$$m_1 u_{\sigma\upsilon\sigma} - m_1\upsilon_{1,x} = 1\cdot 1 - 1\cdot 6\cdot 0.5 = -2 kg\cdot m/s$$

Με κατεύθυνση προς τα αριστερά



$$\Delta\vec{p}_{1,y} = \vec{p}_{1y,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1y,\alpha\rho\chi} \overset{+\uparrow}{\Longrightarrow}$$
$$0 - m_1\upsilon_{1,y} = -(-1\cdot 6\sigma\upsilon\nu 30) = +3\sqrt{3} kg\cdot m/s$$

Με κατεύθυνση προς τα πάνω

Άρα τα διανύσματα θα είναι όπως στο σχήμα

Και το μέτρο της μεταβολής της ορμής του βλήματος θα είναι

$$\Delta\vec{p}_1 = \sqrt{\left|\Delta\vec{p}_{1x}\right|^2 + \left|\Delta\vec{p}_{1y}\right|^2} = \sqrt{2^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{4+27} = \sqrt{31}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta p_{1y}}{\Delta p_{1x}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Με τη γωνία φ>90°

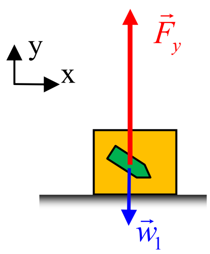
Γ. →iii

$$\Delta\vec{P}_{\Sigma} = \Delta\vec{P}_{x,\Sigma} + \Delta\vec{P}_{y,\Sigma}$$

Όμως στον οριζόντιο άξονα διατηρείται η ορμή και $\Delta\vec{P}_{x,\Sigma} = 0$. Έτσι $\Delta\vec{P}_{\Sigma} = \Delta\vec{P}_{y,\Sigma}$

$$\Delta\vec{P}_{y,\Sigma} = \vec{P}_{y,\Sigma,\mu} - \vec{P}_{y,\Sigma,\pi} = \vec{P}_{1,y,\mu} + \vec{P}_{2,y,\mu} - \vec{P}_{1,y,\pi} - \vec{P}_{2,y,\pi}$$
$$\Delta\vec{P}_{y,\Sigma} = 0 + 0 - \vec{P}_{1,y,\pi} - 0 \Rightarrow$$
$$\Delta\vec{P}_{y,\Sigma} = -\vec{P}_{1,y,\pi} \overset{(+)\uparrow}{\Longrightarrow} \Delta P_{y,\Sigma} = -(-m_1\cdot\upsilon_{1,y}) \Rightarrow \Delta P_{y,\Sigma} = m_1\cdot\upsilon_{1,y} = 3\sqrt{3} kg\cdot m/s$$

Με κατεύθυνση προς τα πάνω



Δ. →ii

Από τη γενικευμένη μορφή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το βλήμα στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_{y,\beta} = \frac{\Delta\vec{p}_{1,y}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_y + \vec{w}_1 = \frac{\vec{p}_{1y,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1y,\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \overset{+\uparrow}{\Longrightarrow}$$

$$F_y - w_1 = \frac{0-(-m_1 \cdot \upsilon_{1,y})}{\Delta t} \Rightarrow F_y = w_1 + \frac{m_1 \cdot \upsilon_{1,y}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$F_y = 1 \cdot 10 + \frac{1 \cdot 3\sqrt{3}}{0,01} \Rightarrow F_y \approx 10 + 300 \cdot 1,7 \Rightarrow$$

$$F_y = 520N$$

Με κατεύθυνση προς τα πάνω

Ε. →ii

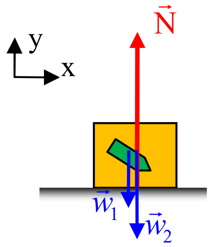
Από τη γενικευμένη μορφή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το σύστημα στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_{y,\varepsilon\xi,\Sigma} = \frac{\Delta\vec{p}_{\Sigma,y}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{\mathrm{N}} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = \frac{\Delta\vec{p}_{\Sigma,y}}{\Delta t} \overset{+\uparrow}{\Longrightarrow}$$

$$\mathrm{N} - w_1 - w_2 = \frac{0-(-m_1 \cdot \upsilon_{1,y})}{\Delta t} \Rightarrow \mathrm{N} = w_1 + w_2 + \frac{m_1 \cdot \upsilon_{1,y}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\mathrm{N} = 1 \cdot 10 + 20 + \frac{1 \cdot 3\sqrt{3}}{0,01} \Rightarrow \mathrm{N} \approx 30 + 300 \cdot 1,7 \Rightarrow$$

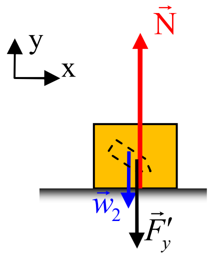
$$\mathrm{N} = 540N$$



Με κατεύθυνση προς τα πάνω

Στ.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης το βλήμα κινείται ως προς το κιβώτιο και δεν είναι ακίνητο. Έτσι δεν μπορούμε να θεωρήσουμε στη διάρκεια της κρούσης τα δύο σώματα σαν ένα ενιαίο σώμα. Μετά το πέρας της κρούσης τα δύο σώματα μπορούν να αντιμετωπιστούν σαν ένα σώμα. Κατά τη διάρκεια λοιπόν της κρούσης το βλήμα δέχεται μία κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη F_y από το κιβώτιο με φορά προς τα πάνω και το κιβώτιο δέχεται την αντίδραση του βλήματος δηλ. μία αντίθετη δύναμη F'_y με φορά προς τα κάτω και ίδιο μέτρο με την F_y. Έτσι το κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης ισορροπεί δεχόμενο τη δύναμη του βάρους του, την δύναμη F'_y και την δύναμη N από το δάπεδο.



$$\Sigma\vec{F}_{y,\kappa} = m_\kappa \vec{\alpha}_\kappa \Rightarrow \vec{\mathrm{N}} + \vec{F}'_y + \vec{w}_1 = m_\kappa \vec{\alpha}_\kappa \overset{+\uparrow}{\Longrightarrow}$$

$$540 - 520 - 20 = 2\alpha_\kappa \Rightarrow$$

$$\alpha_\kappa = 0$$

Και σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο του Νεύτωνα επειδή το κιβώτιο αρχικά ήταν ακίνητο στον y΄y θα παραμείνει ακίνητο.

Σχόλια

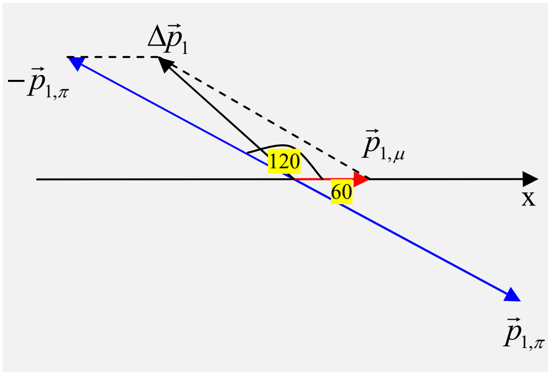
1. Να τονίσουμε κάτι σημαντικό. Σε κρούση δύο σωμάτων συνηθίζεται να λέμε ότι η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος ισούται με την αντίθετη μεταβολή της ορμής του άλλου δηλ. $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$. Αυτό ισχύει αν το σύστημα είναι μονωμένο σε κάθε διεύθυνση. Στο πρόβλημά μας αυτό ισχύει μόνο στον x΄x που διατηρείται η ορμή δηλ. $\Delta\vec{p}_{1,x} = -\Delta\vec{p}_{2,x}$ ενώ στον κατακόρυφο που δεν διατηρείται η ορμή δεν ισχύει δηλ. έχουμε $\Delta\vec{p}_{1,y} \neq -\Delta\vec{p}_{2,y}$.

2. Στο Β. ερώτημα θα μπορούσαμε να δουλέψουμε και απευθείας διανυσματικά.

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} = \vec{P}_{1,\mu} + (-\vec{P}_{1,\pi}) \Rightarrow$$

$$|\Delta\vec{p}_1| = \sqrt{|\vec{p}_{1\pi}|^2 + |\vec{p}_{1\mu}|^2 + 2|\vec{p}_{1\pi}|\cdot|\vec{p}_{1y}|\cdot\sigma\upsilon\nu 120^o}$$

$$= \sqrt{6^2 + (1)^2 + 2\cdot 6\cdot 1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{36+1-6} = \sqrt{31} kg\cdot m/s$$



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Χ. Αγριόδημας