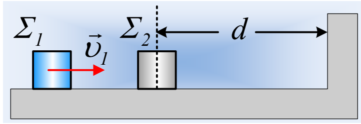
Κρούσεις και μεταβολή της ορμής.



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας 2kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $υ_1$=3m/s με διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Στην πορεία του συναντά δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας 1kg, το οποίο απέχει κατά d=6m από τον τοίχο. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν το $Σ_2$ συγκρούεται στη συνέχεια επίσης ελαστικά με τον τοίχο, ζητούνται:

i) Οι ταχύτητες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ μετά την πρώτη κρούση τους.

ii) Η απόσταση από τον τοίχο που θα πραγματοποιηθεί η δεύτερη κρούση μεταξύ των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

iii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος $Σ_1$, που οφείλεται:

α) στην πρώτη κρούση με το $Σ_2$.

β) στην δεύτερη μεταξύ τους κρούση.

Τα δυο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων (σε σχέση με τα 6m της απόστασης d!), αλλά και η διάρκεια των κρούσεων θεωρείται επίσης αμελητέα.

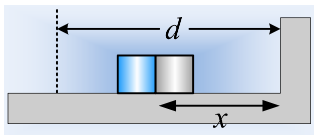
Απάντηση:

i) Οι ταχύτητες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ μετά από κάθε κεντρική ελαστική κρούση, δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \quad (2)$$

Οπότε οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την πρώτη κρούση, αφού $υ_2$=0 και λαμβάνοντας ως θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2-1}{2+1}3m/s = 1m/s \quad \text{και} \quad \upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2\cdot 2}{2+1}3m/s = 4m/s$$



ii) Με βάση τις παραπάνω ταχύτητες και τα δυο σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν προς τα δεξιά. Το $Σ_2$ θα συγκρουστεί με τον τοίχο και θα ανακλαστεί με ταχύτητα **ίσου μέτρου**, αφού η κρούση είναι ελαστική. Αλλά τότε αν τα σώματα συγκρουστούν για δεύτερη φορά σε απόσταση x, από τον τοίχο, θα έχουν διανύσει διαστήματα:

Το $Σ_1$: $s_1 = \upsilon_1' t$ (3) ενώ το $Σ_2$: $s_2 = d + x = \upsilon_2' t$ (4)

Όμως με βάση το σχήμα $s_1+s_2=(d-x)+d+x=2d$ και με πρόσθεση κατά μέλη των (3) και (4) παίρνουμε:

$$2d = \upsilon_1' t + \upsilon_2' t \rightarrow t = \frac{2d}{\upsilon_1' + \upsilon_2'} = \frac{2\cdot 6}{1+4}s = 2{,}4s$$

Και με αντικατάσταση στην (4):

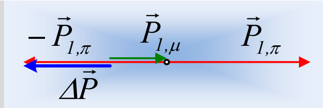
$$d + x = \upsilon_2' t \rightarrow x = \upsilon_2' t - d = 4\cdot 2{,}4m - 6m = 3{,}6m$$

iii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική έχουμε:

α) για την πρώτη κρούση:

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} \rightarrow$$

$$\Delta P_1 = m_1\upsilon_1' - m_1\upsilon_1 = 2(1-3)kgm/s = -4kgm/s$$



$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} \text{ ή}$$

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} + \left(-\vec{P}_{1,\pi}\right)$$

β) μετά την δεύτερη κρούση το Σ_1 έχει ταχύτητα:

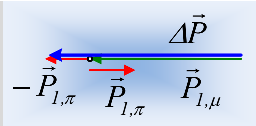
$$\upsilon_1'' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1' + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2'$$

$$\upsilon_1'' = \frac{2-1}{2+1}1m/s + \frac{2\cdot 1}{2+1}(-4)m/s = -\frac{7}{3}m/s$$

Έχει δηλαδή ταχύτητα προς τα αριστερά, οπότε η μεταβολή της ορμής του είναι:

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} \rightarrow$$

$$\Delta P_1 = m_1\upsilon_1'' - m_1\upsilon_1' = 2\left(-\frac{7}{3} - 1\right)kgm/s = -\frac{20}{3}kgm/s$$



$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} - \vec{P}_{1,\pi} \text{ ή}$$

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_{1,\mu} + \left(-\vec{P}_{1,\pi}\right)$$