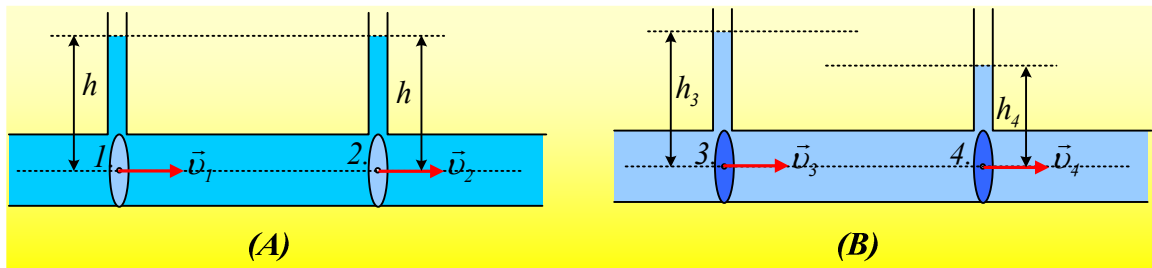


Δυο ροές σε οριζόντιους σωλήνες.



Σε δυο οριζόντιους σωλήνες (A) και (B) με ίσες διατομές, έχουμε ροή δύο διαφορετικών ασυμπίεστων υγρών. Οι παροχές των δύο σωλήνων είναι σταθερές και ίσες, ενώ οι δυο ροές είναι στρωτές. Στους οριζόντιους σωλήνες έχουν προσαρμοστεί δυο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες, στους οποίους τα υγρά ανέρχονται, όπως στο σχήμα.

Για τις ταχύτητες πάνω στους άξονες των σωλήνων, οι οποίες είναι σημειωμένες στο σχήμα, ισχύει:

- α) $v_1 = v_2$ και $v_3 < v_4$.
- β) $v_1 < v_2$ και $v_3 < v_4$.
- γ) $v_1 = v_2$ και $v_3 = v_4$.
- δ) $v_1 = v_2 = v_3 = v_4$.

Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος; Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Από την εξίσωση της συνέχειας για τους δυο σωλήνες, θεωρώντας σταθερές ταχύτητες ροής σε όλα τα σημεία της κυκλικής διατομής κάθε σωλήνα, έχουμε:

$$\text{Σωλήνας (A): } A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \rightarrow v_1 = v_2.$$

$$\text{Σωλήνας (B): } A_3 \cdot v_3 = A_4 \cdot v_4 \rightarrow v_3 = v_4.$$

Συνεπώς οι προτάσεις α) και β) είναι λανθασμένες, ενώ η γ) σωστή.

Στον (A) σωλήνα, με βάση τα ύψη του υγρού στους δύο κατακόρυφους σωλήνες, έχουμε:

$$p_1 = p_2 = p_{atm} + \rho_1 g h$$

πράγμα που είναι σύμφωνο με την εξίσωση Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_1 v_2^2$$

Η οποία ισχύει για μόνιμη και στρωτή ροή ενός ιδανικού ρευστού.

Αντίθετα στο σωλήνα (B), $p_3 > p_4$, αφού $p_3 = p_{at} + \rho_2 g h_3$ και $p_4 = p_{at} + \rho_2 g h_4$, πράγμα που αποδεικνύει ότι το υγρό δεν είναι ιδανικό, αλλά παρουσιάζει εσωτερική τριβή. Πράγματι η πίεση μειώνεται κατά:

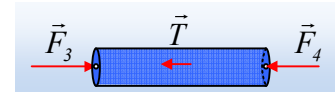
$$\Delta p_{34} = p_3 - p_4 = p_{at} + \rho g h_3 - p_{at} - \rho g h_4 = \rho g (h_3 - h_4) \rightarrow$$

Αφού όμως η παροχή παραμένει σταθερή, θα έχουμε και σταθερή (μέση) ταχύτητα ροής κατά μήκος του σωλήνα. Αλλά τότε και η ποσότητα του νερού μεταξύ των δύο διατομών, κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε:

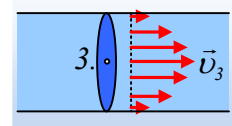
$$\Sigma F_x = 0 \text{ ή } F_3 - T - F_4 = 0 \text{ ή}$$

$$p_3 A - p_4 A = T \rightarrow$$

$$T = \Delta p_{34} A$$



Σε μια ροή όμως πραγματικού ρευστού η ταχύτητα ροής δεν είναι σταθερή σε όλη τη διατομή του σωλήνα και έχουμε μια κατανομή ταχυτήτων, όπως αυτή που εμφανίζεται στο διπλανό σχήμα.



Έτσι ενώ η παροχή στον (Α) σωλήνα δίνεται από την εξίσωση $\Pi_A = A \cdot v_1$, η αντίστοιχη παροχή του (Β) σωλήνα, δεν είναι ίση με $\Pi = A \cdot v_3$, αλλά $\Pi = A \cdot \bar{v}$, όπου \bar{v} η μέση ταχύτητα ροής στη διατομή που περνά από το σημείο 3, η οποία είναι μικρότερη από την ταχύτητα v_3 , πάνω στον άξονα. Οι δυο παροχές όμως είναι ίσες, οπότε $v_1 = v_2 = \bar{v} < v_3 = v_4$.

Έτσι ενώ η γ) πρόταση είναι σωστή, η δ) είναι λανθασμένη.

Σχόλιο:

Το ότι $p_3 > p_4$, αφού $p_3 = p_{at} + \rho_2 g h_3$ και $p_4 = p_{at} + \rho_2 g h_4$, θα μπορούσε να οδηγήσει κάποιον στη σκέψη, ότι το ρευστό είναι ιδανικό και απλά έχουμε επιτάχυνση όλου του ρευστού στο (Β) σωλήνα. Αλλά αν η ροή ήταν μη μόνιμη (επιταχυνόμενη εν προκειμένω), θα είχαμε αύξηση της ταχύτητας ροής και κατά συνέπεια αύξηση της παροχής, πράγμα που αποκλείεται από την εκφώνηση.

dmargaris@gmail.com