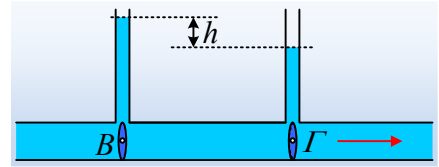


Μια ροή πραγματικού ρευστού.

Σε έναν οριζόντιο σωλήνα σταθερής διατομής, ρέει νερό με σταθερή παροχή. Τα δύο μανόμετρα (οι δυο κατακόρυφοι λεπτοί σωλήνες) βρίσκονται σε οριζόντια απόσταση $d=20\text{m}$ και στο εσωτερικό τους το νερό ανέρχεται σε ύψη που διαφέρουν κατά $h=0,6\text{cm}$.

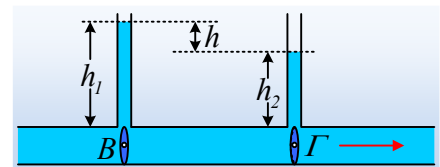


- i) Να βρεθεί η μείωση της πίεσης μεταξύ των σημείων B και Γ, στα κάτω άκρα των σωλήνων.
- ii) Η μέση ταχύτητα ροής του νερού, είναι μεγαλύτερη στο B ή στο Γ;
- iii) Να αποδειχθεί ότι κατά τη ροή του νερού εμφανίζεται τριβή και να υπολογισθεί η θερμική ενέργεια που εμφανίζεται κατά την μετακίνηση $\Delta x=1\text{m}$, μιας ποσότητας νερού 1m^3 .

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1.000\text{kg/m}^3$ και $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το νερό να θεωρηθεί ασυμπύεστο πραγματικό ρευστό.

Απάντηση:

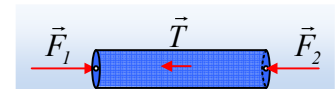
- i) Η πίεση στο σημείο B, ίση με την πίεση στο κάτω άκρο της στήλης του νερού που ισορροπεί στον πρώτο κατακόρυφο σωλήνα, είναι ίση με $p_B = p_{ατμ} + \rho g h_1$, όπου h_1 το ύψος της στήλης και η αντίστοιχη πίεση στο Γ, $p_\Gamma = p_{ατμ} + \rho g h_2$, οπότε η πίεση μειώνεται κατά μήκος του σωλήνα και:



$$\Delta p_{B\Gamma} = p_B - p_\Gamma = \rho g h_1 - \rho g h_2 = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g h \rightarrow$$

$$\Delta p_{B\Gamma} = p_B - p_\Gamma = 1.000 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}^2 = 60 \text{ N/m}^2$$

- ii) Από την εξίσωση της συνέχειας (διατήρηση της μάζας) $A_B \cdot v_B = A_\Gamma \cdot v_\Gamma$, αλλά ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή, συνεπώς και η ταχύτητα ροής παραμένει σταθερή. Βέβαια η ροή δεν είναι ροή ιδανικού ρευστού, για να συμπεράνουμε ότι σε όλα τα σημεία της διατομής του σωλήνα στο B είναι η ίδια ταχύτητα ροής v_B , οπότε σωστότερα είναι να μιλήσουμε για την ίδια μέση ταχύτητα ροής μέσω των διατομών του σωλήνα στα σημεία B και Γ.
- iii) Αφού η παροχή παραμένει σταθερή θα έχουμε και σταθερή (μέση) ταχύτητα ροής κατά μήκος του σωλήνα. Αλλά τότε και η ποσότητα του νερού μεταξύ των δύο διατομών σε απόσταση ℓ , κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε $\Sigma F_x=0$ ή $F_1 - T - F_2 = 0$ ή



$$p_1 A - p_2 A = T \rightarrow T = \Delta p_{12} A$$

Έστω ℓ το μήκος του σωλήνα που περιέχει το 1m^3 νερού, τότε $\ell = \frac{V}{A}$ όπου $V=1\text{m}^3$ και A η διατομή του σωλήνα. Αν η μείωση της πίεσης κατά μήκος του σωλήνα είναι 60N/m^2 σε μήκος 20m , τότε ανά

μέτρο μήκους, θα έχουμε μείωση πίεσης $\Delta p_o = \frac{\Delta p_{BG}}{20} = 3 \text{ N/m}^2$, οπότε στα άκρα αυτής της ποσότητας νερού επικρατεί πτώση πίεσης:

$$\Delta p = \Delta p_o \cdot \ell, \text{ όπου } \Delta p_o = 3 \text{ N/m}^2 \text{ η πτώση πίεσης στο } 1 \text{ m.}$$

Για μετατόπιση κατά $\Delta x = 1 \text{ m}$ αυτής της ποσότητας νερού, το έργο της συνολικής δύναμης που δέχεται αυτή η ποσότητα, από το υπόλοιπο νερό του σωλήνα είναι:

$$W_v = \Sigma F \cdot \Delta x = (F_1 - F_2) \cdot \Delta x = (p_1 A - p_2 A) \cdot \Delta x = (\Delta p) \cdot A \cdot \Delta x \rightarrow$$

$$W_v = \Delta p_o \cdot \ell \cdot A \cdot \Delta x = \Delta p_o \cdot V \cdot \Delta x \rightarrow$$

$$W_v = \Delta p_o \cdot V \cdot \Delta x = 3 \cdot 1 \cdot 1 \text{ J} = 3 \text{ J}$$

Εφαρμόζοντας τώρα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την παραπάνω ποσότητα του νερού παίρνουμε:

$$K_2 - K_1 = W_v + W_T \rightarrow$$

$$W_T = -W_v = -3 \text{ J}$$

Αλλά τότε η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής με τα τοιχώματα του σωλήνα και εξαιτίας της εσωτερικής τριβής, μεταξύ των διαφόρων στρωμάτων του νερού, κατά την ροή 1 m^3 σε απόσταση 1 m , είναι ίσο με 3 J .

dmargaris@gmail.com