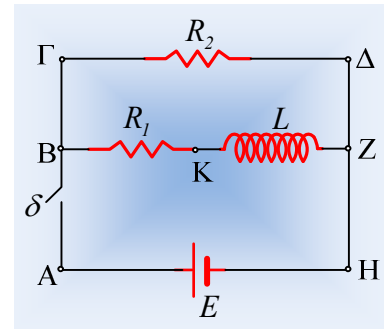


Ένα Χρονοκύκλωμα με πηνίο

Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: $E=40V$, $R_1=4\Omega$, $R_2=4\Omega$, $L=0,2H$.
Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κλείνουμε το διακόπτη και τη στιγμή $t_1=0,5s$, τον ανοίγουμε.

- Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε κλάδο του κυκλώματος για $t=0^+$ (αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη) καθώς και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της έντασης.
- Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των εντάσεων των ρευμάτων, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να γίνουν επίσης οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, των τάσεων $V_{\Gamma\Delta}$, V_{BZ} και V_{BK} .



Απάντηση:

- Κλείνοντας το διακόπτη, η τάση στα άκρα του αντιστάτη R_2 , η τάση $V_{\Gamma\Delta}=E$ παραμένει σταθερή, οπότε ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης:

$$I_2 = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{40V}{4\Omega} = 10A$$

Εφαρμόζοντας εξάλλου το 2^ο κανόνα του Kirchhoff στο βρόχο AB-ZHA παίρνουμε:

$$E - i_1 R_1 - L \frac{di_1}{dt} = 0 \quad (1)$$

Οπότε η εξίσωση για την ένταση i_1 που διαρρέει τον αντιστάτη R_1 είναι:

$$i_1 = \frac{E}{R_1} \left(1 - e^{-\frac{R_1 t}{L}} \right) \rightarrow$$

$$i_1 = \frac{40V}{4\Omega} \left(1 - e^{-\frac{4}{0,2} t} \right) = 10 \left(1 - e^{-20t} \right) \quad (\text{S.I.})$$

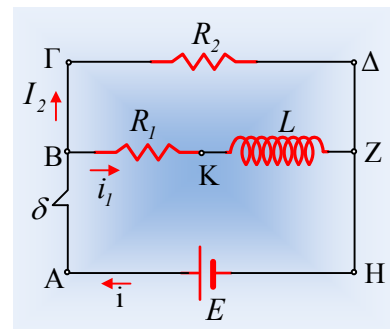
Η ένταση αυτή σταθεροποιείται στην τιμή $i_{1\max}=I_1=10A$ σε άπειρο θεωρητικά χρόνο, αλλά στην πράξη δεχόμαστε ότι τη στιγμή $t_2 = 5\tau = 5 \frac{L}{R_1} = 5 \frac{0,2}{4} s = 0,25s$ έχει αποκτήσει τη μέγιστη τιμή της.

Και από τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff:

$$i = i_1 + I_2 = 10 \left(1 - e^{-20t} \right) + 10 = 20 - 10e^{-20t} \quad (\text{S.I.})$$

Αλλά τη στιγμή $t_0=0$, η τιμή της είναι $i_1=0$, οπότε η πηγή διαρρέεται από ρεύμα:

$$i = i_1 + I_2 = 10 A.$$



Εξάλλου, αφού η ένταση I_2 είναι σταθερή $\frac{dI_2}{dt} = 0$, ενώ από την (1) παίρνουμε:

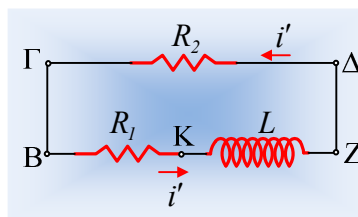
$$\frac{di_1}{dt} = \frac{E}{L} = \frac{40V}{0,2H} = 200 A/s$$

Και από τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff:

$$i = i_1 + I_2 \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} = \frac{di_1}{dt} = 200 A/s$$

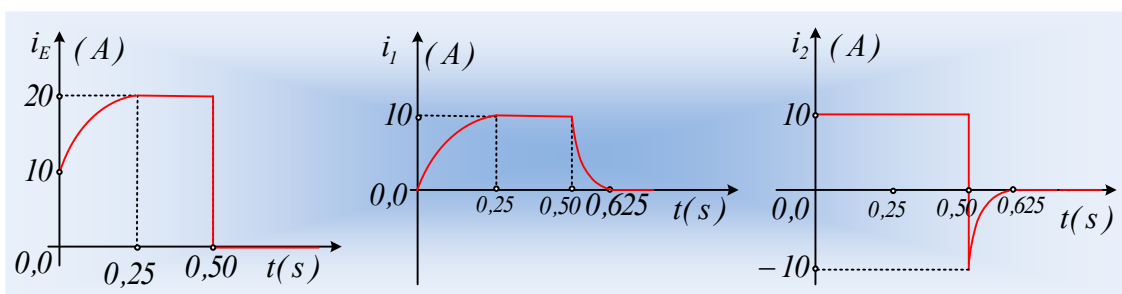
ii) Μόλις ανοίξουμε το διακόπτη, το κύκλωμά μας μετατρέπεται σε αυτό που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, όπου το πηνίο λειτουργώντας ως πηγή προκαλεί ρεύμα στο κύκλωμα έντασης i' με εξίσωση:

$$i' = I_0 e^{-\frac{R_1+R_2}{L}t'} = 10 e^{-\frac{8}{0,2}t'} = 10 e^{-40t'} \quad (\text{S.I.})$$



Όπου $t' = t - t_1$. Η ένταση του ρεύματος θα μηδενιστεί σε θεωρητικά άπειρο χρόνο, αλλά πρακτικά θεωρούμε ότι μηδενίζεται σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 5\tau' = 5 \frac{L}{R_1 + R_2} = 5 \frac{0,2}{8} s = 0,125 s$, δηλαδή τη χρονική στιγμή $t_3 = t_1 + \Delta t = 0,625 s$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο αντιστάτης R_1 και στις δύο περιπτώσεις (κλείσιμο και άνοιγμα του διακόπτη) διαρρέεται από ρεύμα της ίδιας φοράς, πράγμα που δεν συμβαίνει για τον αντιστάτη R_2 , όπου με κλειστό το διακόπτη το ρεύμα έχει φορά από το $\Gamma \rightarrow \Delta$, ενώ αντίθετα μετά το άνοιγμα του διακόπτη, η φορά του ρεύματος είναι από το $\Delta \rightarrow \Gamma$. Με βάση αυτά οι γραφικές παραστάσεις έχουν τις παρακάτω μορφές:



iii) Με βάση τις προηγούμενες γραφικές παραστάσεις και τα πρόσημα που χρησιμοποιήσαμε, έχουμε για της τάσεις:

Από $0-0,5s$, $V_{\Gamma\Delta} = V_{BZ} = E = 40V$, ενώ για την τάση V_{BK} έχουμε:

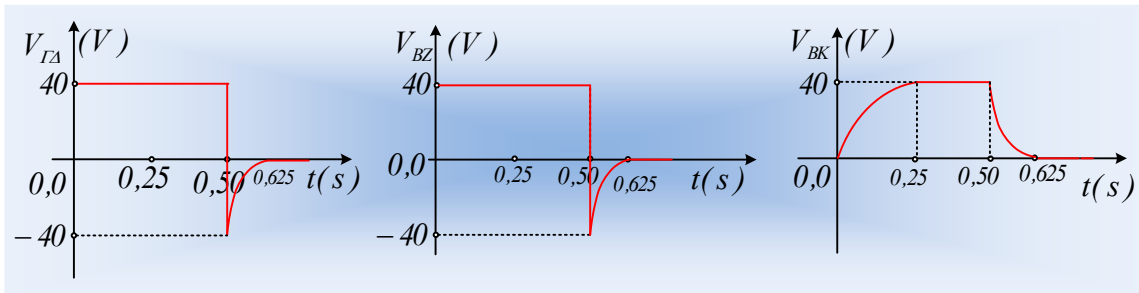
$$V_{BK} = i_1 R_1 = 40(1 - e^{-20t}) \quad (\text{S.I.})$$

Από $0,5s-0,625s$ έχουμε:

$$V_{BZ} = V_{\Gamma\Delta} = -i' R_2 = -40 e^{-40t'}$$

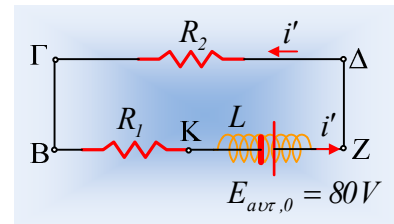
$$V_{BK} = i'R_1 = 40e^{-40t'}$$

Με γραφικές παραστάσεις, όπως στα σχήματα:



Σχόλιο.

Με το άνοιγμα του διακόπτη, το κύκλωμα μετατρέπεται σε αυτό του διπλανού σχήματος, όπου το πηνίο λειτουργεί ως πηγή με αρχική ΗΕΔ, $E_{avt} = i'(R_1 + R_2) = 80V$, οπότε σε κάθε αντιστάτη έχουμε μια πτώση τάσης $V_{\Delta\Gamma} = V_{BK} = 40V$.



dmargaris@gmail.com