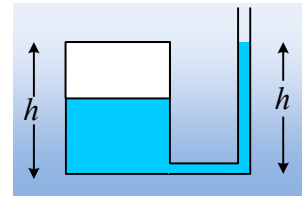


Προσθέτοντας νερό στο σωλήνα.

Στο διπλανό σχήμα, ένα κυλινδρικό δοχείο ύψους $h=96\text{cm}$ περιέχει νερό ως τη μέση του, ενώ στη βάση του είναι συνδεδεμένος ένας σωλήνας, με κατακόρυφο τμήμα το οποίο περιέχει νερό μέχρι ύψος h . Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5\text{N/m}^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Να υπολογιστεί η πίεση του εγκλωβισμένου στο δοχείο αέρα, πάνω από το νερό.
- ii) Αν ο σωλήνας έχει διατομή $A=3\text{cm}^2$, ενώ ο κύλινδρος εμβαδόν βάσης $A_1=120\text{cm}^3$ και προσθέσουμε νερό στο σωλήνα, με αποτέλεσμα να ανέβει κατά $y_1=h/16$ η επιφάνεια του νερού στο δοχείο, να υπολογίστε τη μάζα του νερού που προσθέσαμε

Η θερμοκρασία στη διάρκεια του πειράματος παραμένει σταθερή. Υπενθυμίζεται ο νόμος του Boyle για μια ισόθερμη μεταβολή $pV=\text{σταθ}$.

Απάντηση:

- i) Έστω τα σημεία A και B του σχήματος, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, όπου το A βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού, όπου η πίεση είναι ίση με την πίεση του εγκλωβισμένου αέρα. Για τις πιέσεις των σημείων αυτών ισχύει:

$$p_A - p_B = \rho g y = 0$$

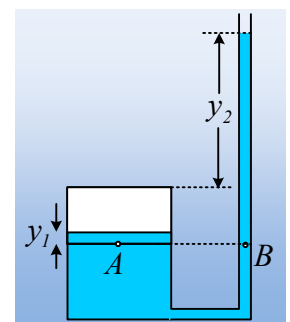
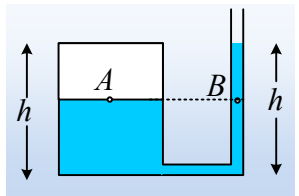
Όπου y η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ τους. Συνεπώς $p_A = p_B$.

Αλλά τότε:

$$p_{\text{αέρα}} = p_A = p_B = p_{at} + \rho g (h - \frac{1}{2} h) = p_{at} + \frac{1}{2} \rho g h.$$

$$p_{\text{αέρα}} = 10^5 \text{N/m}^2 + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,96 \text{N/m}^2 = 1,048 \cdot 10^5 \text{N/m}^2.$$

- ii) Προσθέτοντας νερό στο σωλήνα, αυξάνεται η πίεση στο σημείο B, αλλά τότε αυτή θα γίνει μεγαλύτερη από την πίεση στο A και θα μετακινηθεί νερό από το σωλήνα προς το δοχείο, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο όγκος του εγκλωβισμένου αέρα, αφού θα ανέβει η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο. Έτσι, έστω ότι στην τελική κατάσταση ισορροπίας, η επιφάνεια του νερού μέσα στο δοχείο έχει ανέβει κατά y_1 , ενώ στο σωλήνα κατά y_2 , όπως στο σχήμα. Αλλά τότε:



$$p_A = p_B \rightarrow p'_{\text{αερ}} + \rho g y_1 = p_{at} + \rho g \left(\frac{h}{2} + y_2 \right)$$

Όμως μεταξύ της αρχικής και τελικής κατάστασης, για τον εγκλωβισμένο αέρα, ισχύει ο νόμος Boyle:

$$p_{\text{αερ}} \cdot V_{\text{αρχ}} = p'_{\text{αερ}} \cdot V_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$\left(p_{at} + \rho g \frac{h}{2} \right) A_1 \cdot \frac{h}{2} = \left(p_{at} + \rho g \left(\frac{h}{2} + y_2 \right) - \rho g y_1 \right) A_1 \cdot \left(\frac{h}{2} - y_1 \right)$$

$$\left(p_{at} + \rho g \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2} = \left(p_{at} + \rho g \frac{h}{2} + \rho g y_2 - \rho g \frac{h}{16} \right) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{16} \right)$$

$$y_2 = \frac{15}{112} h + \frac{p_{at}}{7 \rho g} \rightarrow$$

$$y_2 = \frac{15}{16 \cdot 7} 0,96 m + \frac{10^5}{7 \cdot 10^3 \cdot 10} m = \frac{0,9}{7} m + \frac{10}{7} m \approx 156 cm$$

Συνεπώς προσθέσαμε νερό όγκου:

$$V_{\pi} = V_{\delta} + V_{\sigma} = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 = 120 cm^2 \cdot 6 cm + 3 cm^2 \cdot 156 cm = 1.188 cm^3.$$

dmargaris@gmail.com