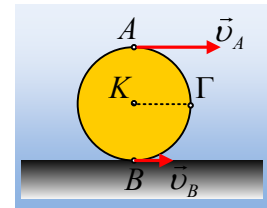


Η σύνθετη κίνηση ενός τροχού.

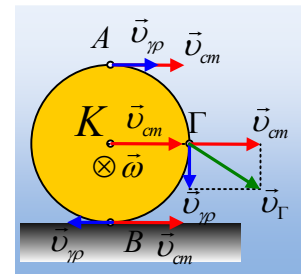
Σε ένα οριζόντιο επίπεδο κινείται ο τροχός του σχήματος ακτίνας $R=0,5\text{m}$. Αν το ανώτερο (A) και το κατώτερο σημείο του τροχού (B), έχουν ταχύτητες μέτρων $v_A=3\text{m/s}$ και $v_B=1\text{m/s}$ αντίστοιχα, να υπολογιστούν:



- i) Η ταχύτητα του κέντρου K του τροχού.
- ii) Η ταχύτητα του σημείου Γ, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του.
- iii) Η κεντρομόλος επιτάχυνση των σημείων Γ και A, η οφειλόμενη στην περιστροφική κίνηση του τροχού γύρω από τον άξονά του.

Απάντηση:

Θεωρούμε την κίνηση του τροχού σύνθετη αποτελούμενη από μια μεταφορική με ταχύτητα v_{cm} και μια στροφική, γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας K του τροχού, με γωνιακή ταχύτητα ω . Αλλά τότε τα συγκεκριμένα σημεία του τροχού που μας ενδιαφέρουν, έχουν μια ταχύτητα, λόγω της μεταφορικής κίνησης v_{cm} και μια γραμμική μέτρο $v_{\gamma\rho}=\omega \cdot R$, όπως στο διπλανό σχήμα.



- i) Αλλά τότε για το ανώτερο σημείο A θα έχουμε:

$$v_A = v_{cm} + v_{\gamma\rho} \rightarrow v_{cm} + \omega R = 3 \quad (\text{S.I.}) \quad (1)$$

ενώ για το σημείο B:

$$v_B = v_{cm} - v_{\gamma\rho} \rightarrow v_{cm} - \omega R = 1 \quad (\text{S.I.}) \quad (2)$$

Με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$2v_{cm} = 4 \rightarrow v_{cm} = 2\text{m/s}$$

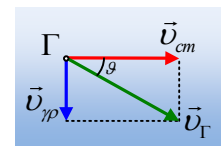
Οπότε από την (1) παίρνουμε $\omega = \frac{3-2}{0,5} \text{rad/s} = 2\text{rad/s}$.

- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει ξανά τις ταχύτητες του σημείου Γ, λόγω της μεταφορικής και λόγω της κυκλικής του κίνησης γύρω από το κέντρο K. Οπότε από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$v_{\Gamma} = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho}^2} = \sqrt{v_{cm}^2 + \omega^2 R^2} = \sqrt{2^2 + (2 \cdot 0,5)^2} \text{m/s} = \sqrt{5} \text{m/s}.$$

Ενώ η διεύθυνσή της, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου:

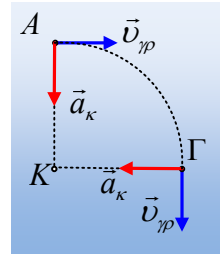
$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{\gamma\rho}}{v_{cm}} = \frac{1}{2}$$



iii) Στο διπλανό σχήμα, έχουμε σχεδιάσει τη γραμμική ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση κάθε σημείου. Για το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης έχουμε:

$$a_{\kappa} = \frac{v_{\gamma\rho}^2}{R} = \omega^2 R = 2^2 \cdot 0,5 \text{ rad} / \text{s}^2 = 2 \text{ rad} / \text{s}^2.$$

Προφανώς τα δύο σημεία έχουν, κεντρομόλο επιτάχυνση με το ίδιο μέτρο, ενώ η κατεύθυνσή της είναι κατακόρυφη για το Α και οριζόντια για το σημείο Γ.



dmargaris@sch.gr