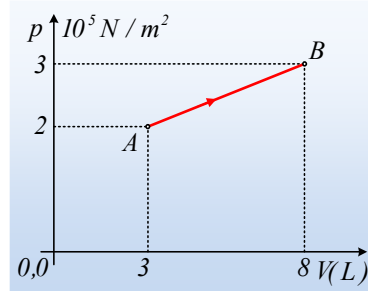
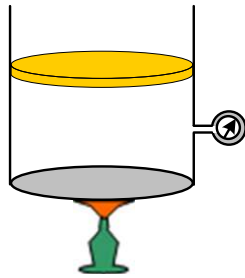


Μια ευθύγραμμη αντιστρεπτή μεταβολή.

Μια ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Θερμαίνοντας το αέριο εκτελεί την αντιστρεπτή μεταβολή AB του παρακάτω σχήματος.



- i) Να βρεθεί η μαθηματική σχέση p - V , που συνδέει την πίεση με τον όγκο του αερίου, κατά τη διάρκεια της μεταβολής αυτής.
- ii) Ποιος ο όγκος του αερίου τη στιγμή που το μανόμετρο δείχνει ένδειξη $p_1=2,4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.
- iii) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει το αέριο κατά τη μεταβολή AB;
- iv) Αν η ενεργός ταχύτητα των μορίων του αερίου στην κατάσταση A είναι $v_{A, \text{ev}}=400 \text{ m/s}$, ποια η αντίστοιχη ενεργός ταχύτητα στην κατάσταση B;

Απάντηση:

- i) Με βάση το διάγραμμα η πίεση μεταβάλλεται γραμμικά με τον όγκο, συνεπώς η συνάρτηση $p=p(V)$ είναι της μορφής:

$$p = \alpha V + \beta$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές πίεσης και όγκου για τις καταστάσεις A και B έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 10^5 = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha + \beta \\ 3 \cdot 10^5 = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha + \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{με αφαίρεση} \\ \text{κατά μέλη:} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 1 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha \rightarrow \alpha = 2 \cdot 10^7 \text{ οπότε και} \\ \beta = 1,4 \cdot 10^5. \end{array}$$

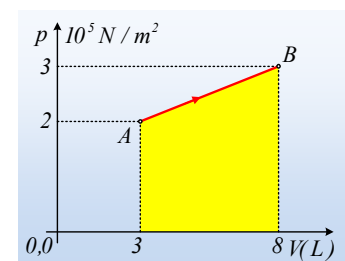
$$\text{Συνεπώς } p = 2 \cdot 10^7 V + 1,4 \cdot 10^5 \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

- ii) Από την παραπάνω συνάρτηση παίρνουμε:

$$2,4 \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^7 V + 1,4 \cdot 10^5 \rightarrow V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 5 \text{ L.}$$

- iii) Το έργο που παράγει το αέριο, είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του τραapeζιού με κίτρινο χρώμα, στο διπλανό σχήμα:

$$W = \frac{(3+8)10^5 \text{ N/m}^2}{2} \cdot (8-3)10^{-3} \text{ m}^3 = 1.250 \text{ J.}$$



- iv) Για την μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου ισχύει:

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \rightarrow v_{\text{ev}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (1)$$

Παίρνοντας την καταστατική εξίσωση για τις καταστάσεις Α και Β και διαιρώντας κατά μέλη έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} P_A V_A = nRT_A \\ P_B V_B = nRT_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P_A V_A}{P_B V_B} = \frac{T_A}{T_B} \rightarrow \frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} \quad (\text{συνδυαστικός νόμος})$$

Αλλά τότε:

$$T_B = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} T_A = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} T_A = 4T_A$$

Και από την (1) παίρνουμε:

$$v_{\varepsilon v/B} = \sqrt{\frac{3kT_B}{m}} = \sqrt{\frac{3k \cdot 4T_A}{m}} = 2\sqrt{\frac{3kT_A}{m}} = 2v_{\varepsilon v/A}$$

$$v_{\varepsilon v/B} = 2v_{\varepsilon v/A} = 2 \cdot 400 \text{ m/s} = 800 \text{ m/s}$$

dmargaris@gmail.com