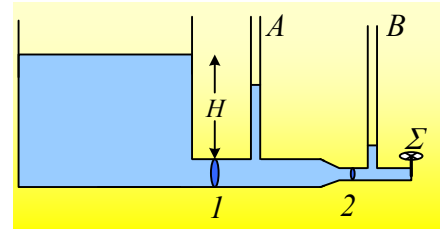


Ποια τα ύψη στα μανόμετρα.

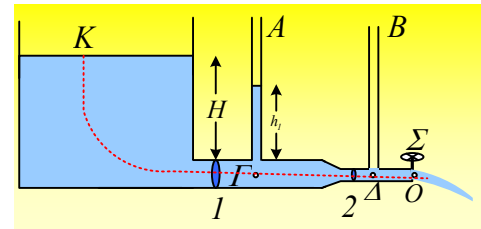
Ένας οριζόντιος σωλήνας συνδέεται κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής σε βάθος $H=10\text{m}$, όπως στο διπλανό σχήμα. Αρχικά ο σωλήνας έχει διατομή A_1 , ενώ στη συνέχεια στενεύει αποκτώντας διατομή $A_2=0,4A_1$. Οι ακτίνες των δύο σωλήνων θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με το ύψος H .



- i) Αν η στρόφιγγα Σ στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, ενώ η ροή μόνιμη και στρωτή, να υπολογιστούν:
 - α) Το ύψος h_2 της στήλης στο σωλήνα B.
 - β) Το ύψος h_1 της στήλης στο σωλήνα A.
- ii) Κλείνουμε τη στρόφιγγα Σ . Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη h_1 και h_2 στους σωλήνες A και B.
- iii) Αν η στρόφιγγα Σ στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί πραγματικό ρευστό, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται εσωτερικές τριβές:
 - α) Θα ανέβει ή όχι το νερό στη στήλη B;
 - β) Κλείνουμε τη στρόφιγγα Σ . Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη h_1 και h_2 στους σωλήνες A και B.

Απάντηση:

- i) α) Στο στενό σωλήνα το νερό κινείται με μια σταθερή ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα εκροής στο άκρο O, με βάση την εξίσωση της συνέχειας ($A_\Delta \cdot v_\Delta = A_o \cdot v_o$). Αλλά η πίεση στο άκρο O, είναι ίση με την ατμοσφαιρική πίεση και από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Δ και O, έχουμε:



$$p_\Delta + \frac{1}{2} \rho v_\Delta^2 = p_o + \frac{1}{2} \rho v_o^2 \rightarrow p_\Delta = p_o = p_{at}$$

Αλλά αυτό σημαίνει ότι το νερό δεν θα ανέλθει στο σωλήνα B και η εικόνα θα είναι αυτή του παραπάνω σχήματος.

- β) Από την εξίσωση της συνέχειας για δυο διατομές του οριζόντιου σωλήνα στις θέσεις Γ και O, παίρνουμε:

$$A_1 \cdot v_\Gamma = A_2 \cdot v \rightarrow v_\Gamma = \frac{A_2}{A_1} v = \frac{0,4 A_1}{A_1} v = 0,4 v \quad (1)$$

Όπου v η ταχύτητα εκροής στο άκρο O του σωλήνα.

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Κ και Ο, τα οποία βρίσκονται στην ίδια ρευματική γραμμή, θεωρώντας μηδενική την ταχύτητα του σημείο Κ, αφού η δεξαμενή έχει πολύ μεγαλύτερη διατομή από το σωλήνα και έχουμε:

$$p_K + \frac{1}{2}\rho v_K^2 + \rho gH = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gH}$$

Τώρα από την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Γ και Ο έχουμε:

$$p_\Gamma + \frac{1}{2}\rho v_\Gamma^2 = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 \rightarrow$$

$$p_\Gamma = p_o + \frac{1}{2}\rho v^2 - \frac{1}{2}\rho(0,4v)^2 \rightarrow$$

$$p_\Gamma = p_{at} + 0,84 \frac{1}{2}\rho v^2 = p_{at} + 0,84 \frac{1}{2}\rho(\sqrt{2gH})^2 = p_{at} + 0,84\rho gH \quad (2)$$

Όμως το σημείο Γ, είναι στο κάτω άκρο της κατακόρυφης στήλης νερού του σωλήνα Α, οπότε η πίεση είναι ίση με: $p_\Gamma = p_{at} + \rho g h_1$ (3)

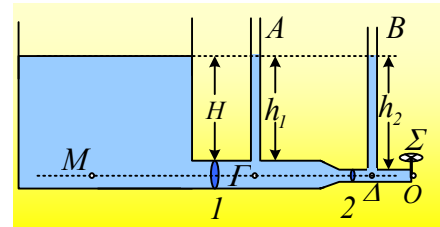
Από (2) και (3) έχουμε: $0,84\rho gH = \rho g h_1 \rightarrow h_1 = 0,84H = 8,4m$

- ii) Μόλις κλείσουμε τη στρόφιγγα, το νερό ισορροπεί, οπότε στα σημεία Μ, Γ και Δ επικρατεί η ίδια πίεση, οπότε:

$$p_{at} + \rho gH = p_{at} + \rho g h_1 = p_{at} + \rho g h_2 \rightarrow$$

$$h_1 = h_2 = H = 10m.$$

(Αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων...)

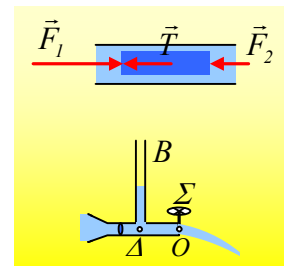


- iii) Αν το νερό είναι πραγματικό, τότε αν θεωρήσουμε ένα σωμάτιο

ρευστού, κυλινδρικού σχήματος, στο τμήμα μεταξύ των σημείων Δ και Ο, δέχεται στη διεύθυνση της κίνησης, τις δυνάμεις που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου Τ η δύναμη τριβής από τα διπλανά στρώματα του νερού, F_1 η δύναμη λόγω πίεσης στην αριστερή βάση και F_2 η αντίστοιχη δύναμη από την δεξιά βάση. Αλλά αν έχουμε μια ροή με σταθερή παροχή, το σωμάτιο αυτό θα κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε $\Sigma F = 0$ ή

$$F_1 = F_2 + T \rightarrow F_1 > F_2 \rightarrow p_1 A > p_2 A \rightarrow p_1 > p_2$$

Κατά μήκος δηλαδή του στενού σωλήνα η πίεση μειώνεται, αλλά τότε αφού στο άκρο Ο η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική, στο Δ η πίεση είναι μεγαλύτερη και το νερό θα ανέβει στο μανόμετρο, όπως στο σχήμα.



- iv) Μόλις κλείσουμε την στρόφιγγα και σταματήσει η ροή, θα έχουμε ξανά ένα υγρό σε ισορροπία, χωρίς να εμφανίζεται εσωτερική τριβή και η κατάσταση θα είναι απολύτως ίδια με αυτήν του ii) ερωτήματος,

με αποτέλεσμα ξανά να έχουμε:

$$h_1=h_2=H=10m.$$

dmargaris@gmail.com