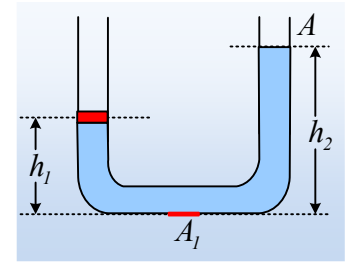


Υγρό σε ισορροπία.

Ο σωλήνας του σχήματος, με ισοπαχή σκέλη εμβαδού $A=4\text{cm}^2$, περιέχει νερό, ενώ στο αριστερό σκέλος του ισορροπεί ένα έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το ύψος του νερού στα δυο σκέλη, είναι $h_1=20\text{cm}$ και $h_2=40\text{cm}$. Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho=1\text{g/cm}^3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_a=10^5\text{N/m}^2$.



- i) Να υπολογίσετε την πίεση σε κάποιο σημείο, στη βάση του σωλήνα, καθώς και την δύναμη που ασκεί το νερό σε ένα τμήμα της βάσης (με κόκκινο χρώμα στο σχήμα) εμβαδού $A_1=5\text{cm}^2$.
- ii) Να υπολογιστεί η πίεση στην κάτω επιφάνεια του εμβόλου.
- iii) Να υπολογιστεί το βάρος του εμβόλου.
- iv) Ασκούμε μια μεταβλητή κατακόρυφη δύναμη F , στο έμβολο και το φέρνουμε να ισορροπεί 10cm χαμηλότερα από την προηγούμενη θέση ισορροπίας του. Να υπολογιστεί η τελική τιμή της ασκούμενης δύναμης F .

Απάντηση:

- i) Η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια, στο δεξιό σκέλος του σωλήνα, σημείο Β, είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Εξάλλου στο σημείο Γ, το οποίο βρίσκεται σε βάθος y , η πίεση είναι αυξημένη κατά:

$$p_\Gamma - p_B = \rho g y \rightarrow p_\Gamma = p_B + \rho g y$$

Κατά συνέπεια η πίεση σε ένα σημείο Δ στη βάση του σωλήνα, θα είναι:

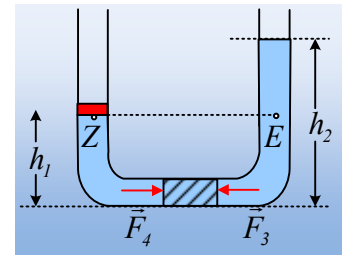
$$p_\Delta = p_B + \rho g h_2 \rightarrow$$

$$p_\Delta = 10^5 \text{ N/m}^2 + 1 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 0,4 \text{ m} = 104.000 \text{ N/m}^2$$

Αλλά τότε στην επιφάνεια εμβαδού A_1 ασκείται από το νερό, κάθετη δύναμη όπως στο σχήμα, μέτρου:

$$p_\Delta = \frac{F_1}{A_1} \rightarrow F_1 = p_\Delta \cdot A_1 = 104.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 52 \text{ N}$$

- ii) Αν πάρουμε μια ποσότητα νερού στη βάση του σωλήνα, όπως στο σχήμα, αυτή ισορροπεί, πράγμα που σημαίνει ότι δέχεται στις δύο πλευρές της αντίθετες δυνάμεις. Αλλά αν η πίεση στην αριστερά πλευρά είναι p_4 και στη δεξιά p_3 αφού $F_3=F_4$, θα ισχύει $p_3=p_4$. Το ίδιο όμως θα ισχύει και αν πάρουμε την ποσότητα του νερού κάτω από το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τα σημεία Ε και Ζ, συνεπώς και $p_E=p_Z$. Αυτό είναι ένα γενικότερο συμπέρασμα:



Για δύο σημεία X και Y ενός ηρεμούντος υγρού,
που βρίσκονται στο ίδιο ύψος, θα ισχύει:

$$p_X = p_Y.$$

Με βάση αυτό:

$$p_Z = p_E = p_B + \rho g(h_2 - h_1) \rightarrow$$

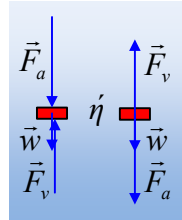
$$p_Z = 10^5 \text{ N/m}^2 + 1 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot (0,4 \text{ m} - 0,2 \text{ m}) = 102.000 \text{ N/m}^2$$

iii) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, όπου F_a η δύναμη από την ατμόσφαιρα και F_v η δύναμη από το νερό. Το έμβολο ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_v = F_a + w \rightarrow$$

$$w = F_v - F_a = p_Z A - p_a A = (p_Z - p_a) A \rightarrow$$

$$w = (102.000 - 100.000) \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ N} = 0,8 \text{ N}$$



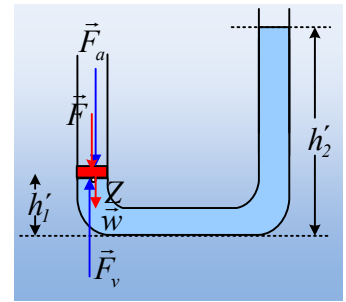
iv) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, στην τελική θέση ισορροπίας του, όπου $h_1' = 10 \text{ cm}$, ενώ αντίστοιχα θα έχει ανέβει η επιφάνεια στο δεξιό σκέλος σε ύψος $h_2' = 50 \text{ cm}$. Από την ισορροπία του εμβόλου παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_v = F_a + w + F \rightarrow$$

$$F = F_v - F_a - w = p_Z A - p_a A - w = (p_Z - p_a) A - w \rightarrow$$

$$F = (p_a + \rho g(h_2' - h_1') - p_a) A - w = \rho g(h_2' - h_1') A - w \rightarrow$$

$$F = 1 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot (0,5 \text{ m} - 0,1 \text{ m}) \cdot 4 \cdot 10^{-4} - 0,8 \text{ N} = 1,6 \text{ N} - 0,8 \text{ N} = 0,8 \text{ N}$$



dmargaris@gmail.com