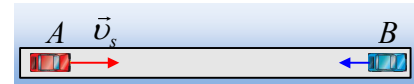


Doppler και πλήθος μεγίστων ενός ήχου.

Ένα αυτοκίνητο A, το οποίο διαθέτει σειρήνα που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $v_s=20\text{m/s}$. Ένα δεύτερο όχημα B είναι ακίνητο και ο οδηγός του ακούει τον ήχο της σειρήνας με συχνότητα 3.400Hz . Σε μια στιγμή, έστω $t=0$, που η απόσταση των δύο οχημάτων είναι 600m , το B όχημα αποκτά σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 με κατεύθυνση προς το A όχημα.



- i) Να βρεθεί η συχνότητα του ήχου που παράγει η σειρήνα.
 - ii) Ποιο το μήκος κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του B οχήματος;
 - iii) Να βρεθεί η συχνότητα του ήχου που ακούει ο οδηγός του B οχήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_1=15\text{s}$ και να γίνει η γραφική της παράσταση.
 - iv) Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του οδηγού B, στο παραπάνω χρονικό διάστημα;
 - v) Πόσες αντίστοιχα ταλαντώσεις θα εκτελέσει το τύμπανο, σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$ κατά την κίνησή του οχήματος μεταξύ δύο θέσεων K και Λ, όπου η απόστασή τους είναι $(K\Lambda)=40\text{m}$.
- Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον ακίνητο αέρα $v=340\text{m/s}$.

Απάντηση:

- i) Πριν να κινηθεί το B όχημα, για την συχνότητα του ήχου που ακούει ο οδηγός του, ισχύει:

$$f_B = \frac{v}{v - v_s} f_s \rightarrow$$

$$f_s = \frac{v - v_s}{v} f_A = \frac{340 - 20}{340} 3400\text{Hz} = 3.200\text{Hz}$$

- ii) Η σειρήνα του A αυτοκινήτου κινείται προς τα δεξιά, συνεπώς το μήκος κύματος προς την πλευρά που βρίσκεται το B όχημα, έχει μειωμένο μήκος κύματος, σε σχέση με το μήκος κύματος που θα είχε, αν η πηγή ήταν ακίνητη:

$$\lambda = \lambda_{\text{ακ}} - v_s T_s \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{v}{f_s} - \frac{v_s}{f_s} = \frac{v - v_s}{f_s} = \frac{340 - 20}{3.200} \text{m} = 0,1\text{m}$$

Αυτό θα είναι το μήκος κύματος του ήχου που θα ακούει ο οδηγός του A οχήματος, ανεξάρτητα της κίνησής του.

- iii) Μετά την κίνηση του B οχήματος, η συχνότητα του ήχου που ακούει ο οδηγός του είναι:

$$f_B = \frac{v + v_B}{v - v_s} f_s = \frac{v + at}{v - v_s} f_s$$

Η παραπάνω εξίσωση ισχύει μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.

Αλλά τη στιγμή $t=15s$, το Α όχημα έχει διανύσει απόσταση $s_1=v_1t=20\cdot 15m=300m$, ενώ το Β:

$$s_2 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}2 \cdot 15^2 m = 225m$$

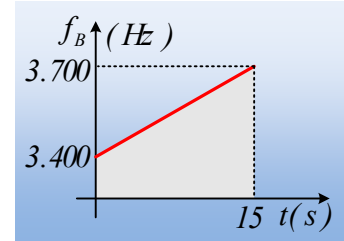
Αλλά τότε $s_1+s_2=525m$, μικρότερο από την αρχική απόσταση των δύο οχημάτων, πράγμα που σημαίνει ότι τα οχήματα δεν έχουν διασταυρωθεί και η παραπάνω σχέση ισχύει για όλο το χρονικό διάστημα που μας ενδιαφέρει.

Έτσι:

$$f_B = \frac{340 + 2t}{340 - 20} 3.200 = 3.400 + 20t \quad (\text{S.I.})$$

Οπότε η γραφική παράστασή της είναι όπως στο διπλανό σχήμα.

(Η βαθμολόγηση του κατακόρυφου άξονα, δεν ξεκίνησε από το μηδέν, ώστε να γίνεται περισσότερη εμφανής η αύξηση της συχνότητας, που μας ενδιαφέρει).



iv) Από τον ορισμό της συχνότητας $f = \frac{N}{t}$, το πλήθος των ταλαντώσεων υπολογίζεται από το γινόμενο $f \cdot t$. Στην περίπτωση μας όμως η συχνότητα μεταβάλλεται και ο αριθμός των ταλαντώσεων θα είναι αριθμητικά ίσο, με το εμβαδόν του χωρίου (το γκρι τραπέζιο) στο παραπάνω διάγραμμα:

$$N = \frac{B + \beta}{2} \nu = \frac{3.700 + 3.400}{2} 15 = 53.250 \text{ ταλαντώσεις.}$$

v) Αν ο οδηγός του Β οχήματος ήταν ακίνητος, θα έφταναν στο αυτί του:

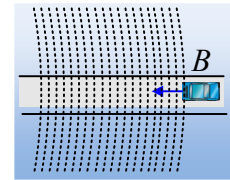
$$N_1 = f_B \cdot \Delta t = 3.400 \cdot 2 = 6.800 \text{ μέγιστα ήχου.}$$

Εξάλλου στο ii) ερώτημα υπολογίσαμε ότι το μήκος κύματος του ήχου που ακούει ο οδηγός του Β οχήματος είναι 0,1m. Αυτό σημαίνει ότι η απόσταση δύο διαδοχικών μεγίστων του ήχου θα είναι 0,1m. Ναι, αλλά πόσα τέτοια μέγιστα θα συναντήσει κατά την κίνησή του;

$$N_2 = \frac{d}{\lambda} = \frac{40}{0,1} = 400 \text{ μέγιστα του ήχου}$$

Οπότε και το τύμπανο του αυτιού του θα πραγματοποιήσει συνολικά:

$$N = N_1 + N_2 = 6.800 + 400 = 7.200 \text{ ταλαντώσεις.}$$



dmargaris@gmail.com