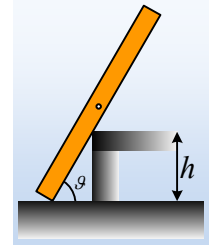


Λέτε να μπορεί να ισορροπεί;

Μια ομογενής ράβδος μήκους 2m και βάρους 150N τοποθετείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h, όπως στο σχήμα, όπου η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο έχει $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$.

- i) Αν το ύψος του σκαλοπατιού είναι μικρότερο από 0,6m, μπορεί να ισορροπήσει η ράβδος;
- ii) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή στο σημείο επαφής της ράβδου με το σκαλοπάτι, τότε μπορεί να ισορροπήσει η ράβδος, ανεξάρτητα του ύψους του σκαλοπατιού; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- iii) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από το σκαλοπάτι, αν η ράβδος ισορροπεί, ενώ $h=0,9\text{m}$.
- iv) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και σκαλοπατιού για την παραπάνω ισορροπία;



Απάντηση:

- i) Έστω ότι το σκαλοπάτι έχει ύψος μικρότερο από 0,6m. Αυτό σημαίνει ότι το σημείο επαφής Γ της ράβδου με το σκαλοπάτι, είναι μεταξύ του άκρου Α και του μέσου Ο της ράβδου. Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει $\Sigma\tau_1=0$, πράγμα που δεν μπορεί να συμβεί, αφού η ράβδος δέχεται δυο ροπές δεξιόστροφες ως προς το Γ!
- ii) Έστω ότι δεν υπάρχουν τριβές και η ράβδος ισορροπεί όπως στο διπλανό σχήμα, όπου το σημείο επαφής Γ είναι πλέον, μεταξύ του Ο και του άκρου Β. Τότε οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω της, θα είναι κάθετες στις επαφές, όπως στο διπλανό σχήμα. Για να ισορροπήσει η ράβδος, πρέπει η συνισταμένη των παραπάνω δυνάμεων να είναι μηδέν:

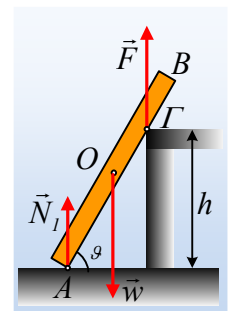
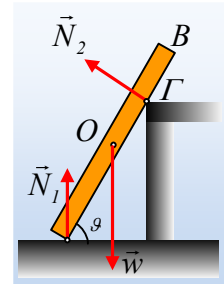
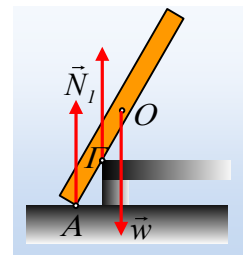
$$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \rightarrow$$

$$\vec{N}_2 = -(\vec{w} + \vec{N}_1)$$

Η τελευταία σχέση, μας λέει ότι η κάθετη αντίδραση από το σκαλοπάτι, πρέπει να είναι αντίθετη από τη συνισταμένη των δύο άλλων δυνάμεων. Αλλά αφού το βάρος w και η N_1 είναι κατακόρυφες, θα πρέπει και η N_2 να είναι κατακόρυφη, πράγμα άτοπο. Στην υπόθεση δε, ότι θα μπορούσε η $N_2=0$, τότε οι δυνάμεις N_1 και βάρος w θα αποτελούσαν ζεύγος, οπότε $\Sigma\tau \neq 0$, οπότε και πάλι η ράβδος δεν θα ισορροπεί.

Συνεπώς αν δεν υπάρχουν τριβές, η ράβδος θα γλιστρήσει και δεν θα ισορροπήσει.

- iii) Με βάση την προηγούμενη απάντηση, αφού η ράβδος ισορροπεί, η δύναμη που



δέχεται από το σκαλοπάτι, είναι κατακόρυφη όπως στο σχήμα. Για το σημείο στήριξης Γ έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{h}{(AG)} \rightarrow (AG) = \frac{h}{\eta\mu\theta} = \frac{0,9m}{0,6} = 1,5m.$$

Η ράβδος ισορροπεί:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F+N_I=w$$

$$\Sigma\tau_A=0 \rightarrow F \cdot (AG) \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - w \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 0 \rightarrow$$

$$F = w \frac{\ell/2}{(AG)} = 150N \frac{1m}{1,5m} = 100N$$

iv) Αναλύουμε την ασκούμενη δύναμη F σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη στη ράβδο N και μια παράλληλη, η οποία δεν είναι άλλη από την ασκούμενη τριβή. Αλλά η γωνία μεταξύ της δύναμης F και της κάθετης αντίδρασης N είναι ίση με την γωνία κλίσεως θ (γωνίες με κάθετες πλευρές). Έτσι έχουμε:

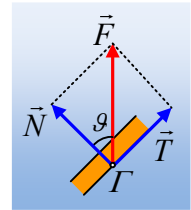
$$N = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 80N \text{ και } T = F \cdot \eta\mu\theta = 60N$$

Αλλά για να ισορροπεί η ράβδος η ασκούμενη τριβή πρέπει να είναι στατική, δηλαδή:

$$T \leq T_{op} \text{ ή } T \leq \mu_s N \rightarrow$$

$$\mu_s \geq \frac{T}{N} \rightarrow \mu_s \geq \frac{60N}{80N} \text{ ή } \mu_s \geq 0,75$$

Συνεπώς η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής είναι $\mu_{s/min} = 0,75$.



dmargaris@gmail.com