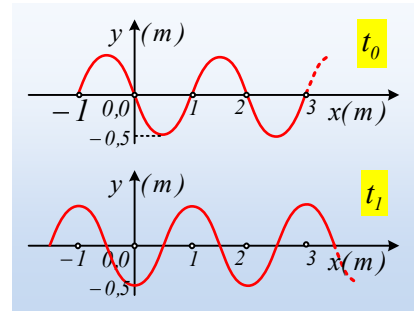


Το κύμα ξέφυγε προς τ' αριστερά.

Σε γραμμικό ελαστικό μέσο και από τα δεξιά προς τ' αριστερά (προς την αρνητική κατεύθυνση) διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα με στιγμότυπο τη στιγμή $t_0=0$, όπως στο πρώτο από τα διπλανά σχήματα. Το αντίστοιχο στιγμότυπο τη στιγμή $t_1=0,5s$ είναι όπως στο δεύτερο διάγραμμα.



- i) Χρησιμοποιώντας πληροφορίες από τα διαγράμματα αυτά να βρείτε:
 - α) το πλάτος και το μήκος του κύματος,
 - β) τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- ii) Ποια η εξίσωση του κύματος;
- iii) Ένα σημείο Κ, βρίσκεται στη θέση $x_K=1,5m$.
 - α) Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο (y-t) για το σημείο Κ και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
 - β) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της φάσης του σημείου Κ σε συνάρτηση με το χρόνο.
- iv) Να βρείτε τη φάση της απομάκρυνσης των διαφόρων σημείων του μέσου τη χρονική στιγμή $t_1=2,25s$, σε συνάρτηση του x και να κάνετε επίσης τη γραφική της παράσταση.

Απάντηση:

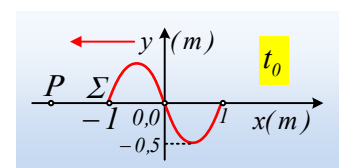
- i) Με βάση το πρώτο διάγραμμα:
 - α) Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του μέσου, συνεπώς και το πλάτος του κύματος είναι $A=0,5m$, ενώ το μήκος του κύματος, η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που περιλαμβάνουν ένα «όρος» και μια «κοιλιάδα» είναι $\lambda=2m$.
 - β) Με σύγκριση του δεύτερου διαγράμματος με το πρώτο, βλέπουμε ότι το σημείο στη θέση $x=0$, βρισκόταν στη θέση ισορροπίας του και φτάνει σε ακραία θέση ($y=-A$) τη στιγμή t_1 . Αλλά αυτό το χρονικό διάστημα αντιστοιχεί σε $\frac{1}{4} T$, οπότε $T=4t_1=4 \cdot 0,5s=2s$.

Έτσι για τη συχνότητα του κύματος έχουμε $f = \frac{1}{T} = 0,5Hz$.

Εξάλλου από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής:

$$v = \lambda \cdot f = 2 \cdot 0,5m/s = 1m/s$$

- ii) Τη στιγμή $t=0$, το κύμα έχει φτάσει στο σημείο Σ στη θέση $x_1=-1m$, το οποίο ξεκινά να ταλαντώνεται με κατεύθυνση προς τα πάνω (θετική κατεύθυνση), οπότε η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι:



$$y_{\Sigma} = A \cdot \eta\mu(\omega t) = 0,5 \cdot \eta\mu(2\pi f \cdot t) = 0,5 \cdot \eta\mu(\pi t) \quad (\text{S.I.})$$

Αλλά τότε, το κύμα για να φτάσει στο τυχαίο σημείο P στη θέση x, θα χρειαστεί χρόνο

$$t_1 = \frac{d}{v} = \frac{-1-x}{v} \quad \text{με αποτέλεσμα το σημείο αυτό να ταλαντώνεται με εξίσωση:}$$

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu\pi(t - t_1) = 0,5 \cdot \eta\mu\pi\left(t - \frac{-1-x}{v}\right) \rightarrow$$

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} + \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) \quad \text{με } x \geq -1-vt \text{ ή } x \geq -1-t \quad (\text{S.I.})$$

Η παραπάνω εξίσωση για την απομάκρυνση του τυχαίου σημείου είναι και η εξίσωση του κύματος.

iii) Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του κύματος $x=1,5\text{m}$, παίρνουμε για το σημείο K:

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} + \frac{1,5}{2} + \frac{1}{2}\right) = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} + \frac{2,5}{2}\right) = 0,5 \cdot \eta\mu(\pi t + 2,5\pi)$$

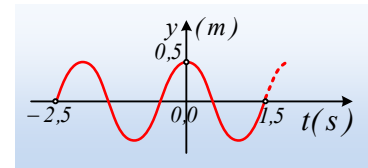
Τη στιγμή που ξεκίνησε την ταλάντωσή του το σημείο K, η φάση της απομάκρυνσης είναι μηδενική, οπότε:

$$\pi t + 2,5\pi = 0 \rightarrow t_2 = -2,5\text{s}$$

α) Με βάση τα παραπάνω η εξίσωση της απομάκρυνσης του K είναι:

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu(\pi t + 2,5\pi) \quad (\text{S.I.}) \quad \text{με } t \geq -2,5\text{s.}$$

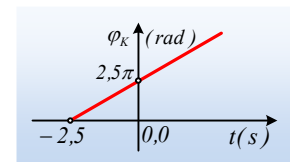
Με γραφική παράσταση όπως στο διπλανό σχήμα.



β) Αντίστοιχα η φάση του σημείου K δίνεται από την εξίσωση:

$$\varphi_K = \pi t + 2,5\pi \quad \text{με } t \geq -2,5\text{s.}$$

Με γραφική παράσταση όπως στο δεύτερο σχήμα.



iv) Η φάση της απομάκρυνσης κάθε σημείου του μέσου είναι ίση:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{2} + \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

Με αντικατάσταση $t=2,25\text{s}$ παίρνουμε:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{2,25}{2} + \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) = 3,25\pi + \pi x \quad \text{με } x \geq -1-t \text{ ή } x \geq -3,25\text{m}$$

Με γραφική παράσταση, όπως στο διπλανό σχήμα.

