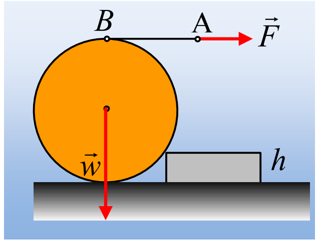
Για να μην περιστραφεί ο κύλινδρος.



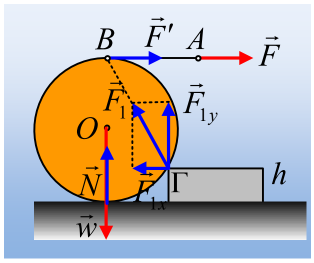
Γύρω από έναν κύλινδρο βάρους w=100N και ακτίνας R, ο οποίος ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h=0,4R, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο A του οριζόντιου νήματος, οριζόντια δύναμη F, μέτρου 40N, όπως στο σχήμα. Ο κύλινδρος ισορροπεί

i) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο και να αποδείξετε ότι η δύναμη που δέχεται από το σκαλοπάτι διέρχεται από το σημείο B, που το νήμα συναντά τον κύλινδρο.

ii) Να υπολογίστε το μέτρο της κάθετης αντίδρασης του οριζοντίου επιπέδου.

iii) Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και σκαλοπατιού, για την παραπάνω ισορροπία.

Απάντηση:

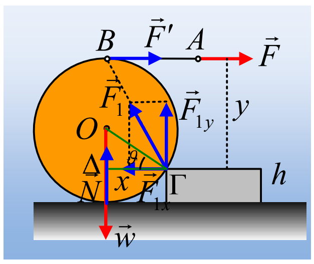


i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, όπου F΄η δύναμη που ασκείται από το νήμα, μέτρου F΄=F, N η κάθετη αντίδραση του οριζοντίου επιπέδου και F_1 η δύναμη από το σκαλοπάτι.

Αφού ο κύλινδρος ισορροπεί Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο. Αν επιλέξουμε το σημείο B θα έχουμε:

$$\Sigma\tau_B=0 \rightarrow w\cdot 0-N\cdot 0-F'\cdot 0+F_1\cdot d=0 \rightarrow d=0$$

Όπου d ο μοχλοβραχίονας της F_1 ως προς το σημείο B (η απόσταση του σημείου B, από τον φορέα της δύναμης F_1). Αλλά αφού d=0, η δύναμη κατευθύνεται στο σημείο B.



ii) Στο διπλανό σχήμα, για την γωνία θ έχουμε $\eta\mu\vartheta=\dfrac{R-h}{R}=0{,}6$ οπότε συνθ=0,8.

Από την ισορροπία του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x=0 \rightarrow F_{1x}=F'=40N \quad (1) \\ \Sigma F_y=0 \rightarrow N+F_{1y}=w \quad (2) \end{cases}$$

Στ=0 (3)

Από την (3) παίρνουμε $\Sigma\tau_\Gamma=0$ και θεωρώντας ως θετικές τις αριστερόστροφες ροπές:

$$w\cdot x-N\cdot x-F'\cdot y=0 \rightarrow$$

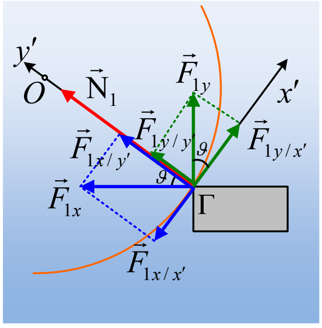
$$N=w-F\frac{y}{x}=w-F\frac{R+R-h}{R\cdot\sigma\upsilon\nu\vartheta}=100N-40N\frac{1{,}6R}{R\cdot 0{,}8}=20N$$

iii) Με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε:

$$F_{1y}=w-N=100N-20N=80N.$$

Για να μπορέσουμε να «βάλουμε στο παιχνίδι» την τριβή, παίρνουμε ένα νέο σύστημα καθέτων αξόνων x΄και y΄, στη διεύθυνση της ακτίνας ΓΟ και της εφαπτομένης στο Γ, όπως στο σχήμα.

Στη συνέχεια αναλύουμε τις (συνιστώσες)δυνάμεις που παραπάνω υπολογίσαμε, στους δύο νέους άξονές μας. Έτσι παίρνουμε:



$$F_{1x/x'} = F_{1x} \cdot \eta\mu\vartheta = 40N \cdot 0{,}6 = 24N$$

$$F_{1y/x'} = F_{1y} \cdot \sigma\upsilon\nu\vartheta = 80N \cdot 0{,}8 = 64N$$

$$F_{1x/y'} = F_{1x} \cdot \sigma\upsilon\nu\vartheta = 40N \cdot 0{,}8 = 32N$$

$$F_{1y/y'} = F_{1x} \cdot \eta\mu\vartheta = 80N \cdot 0{,}6 = 48N$$

Αλλά τότε:

$$\Sigma F_{x'} = F_{1y/x'} - F_{1x/x'} = 64N - 24N = 40N = T \text{ και}$$

$$\Sigma F_{y'} = F_{1y/y'} + F_{1x/y'} = 48N + 32N = 80N = N_1$$

Αλλά για να εξασφαλίζεται η ισορροπία, θα πρέπει η τριβή που βρήκαμε να είναι στατική, άρα μικρότερη ή ίση της οριακής:

$$T \le T_{o\rho} \to T \le \mu_s N_1 \to$$

$$\mu_s \ge \frac{T}{N_1} \to \mu_s \ge \frac{40N}{80N} \to \mu_s \ge 0{,}5$$

Κατά συνέπεια η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής είναι $\mu_{s/\min} = 0{,}5$.

dmargaris@gmail.com