

Σύνθετη ταλάντωση, φάσεις και διαφορές φάσεων.

Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$$y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu(20\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ και}$$

$$y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu(21\pi) \text{ (S.I.)}$$

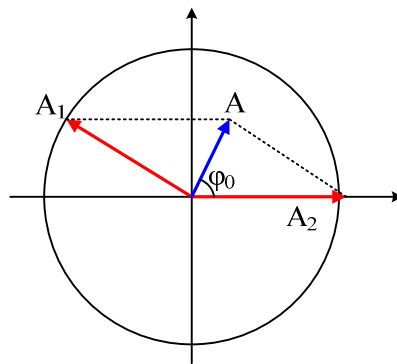
- i) Ποια η αρχική φάση και η αρχική απομάκρυνση του σώματος εξαιτίας της σύνθετης ταλάντωσης;
- ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για την σύνθετη ταλάντωση.
- iii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που το πλάτος μηδενίζεται για πρώτη φορά, καθώς και η στιγμή t_2 που μεγιστοποιείται επίσης για πρώτη φορά.
- iv) Να βρεθούν οι φάσεις των δύο ταλαντώσεων και η διαφορά φάσης μεταξύ τους τις παραπάνω χρονικές στιγμές.
- v) Να σχεδιάσετε τα περιστρεφόμενα διανύσματα τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

Απάντηση:

- i) Για $t=0$ έχουμε $y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu(\frac{5\pi}{6}) = 0,1\text{m}$, ενώ $y_2 = 0$ και με βάση την αρχή της επαλληλίας παίρνουμε:

$$y_{\text{ολ}} = y_1 + y_2 = 0,1\text{m}$$

ενώ η φάση της σύνθετης ταλάντωσης, μπορεί να βρεθεί με βάση τα περιστρεφόμενα διανύσματα:



από όπου προκύπτει ότι είναι $\phi_0 = \frac{5\pi}{12}$ rad, αφού το σχηματιζόμενο παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος. **

$$\text{ii) } y_{\text{ολ}} = y_1 + y_2 = 2 \cdot 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi - 5\pi/6}{2} \cdot \eta\mu\frac{41\pi + 5\pi/6}{2} \rightarrow$$

$$y = 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12}\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{41\pi}{2} + \frac{5\pi}{12}\right) \quad (1)$$

iii) Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

$$A = \left| 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{12}\right) \right|$$

$$\text{Αν } A=0 \rightarrow \sigma\upsilon\nu(\pi - 5\pi/12) = 0 \rightarrow$$

$$\pi t - 5\pi/12 = (2N+1)\pi/2 \rightarrow$$

$$t = 2N + \frac{11}{6}$$

και για $N=0$ παίρνουμε $t_1 = \frac{11}{6}$ s

Τη στιγμή που το πλάτος μεγιστοποιείται έχουμε:

$$\left| 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12}\right) \right| = 0,4 \text{ ή } \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12}\right) = \pm 1 \text{ ή}$$

$$\pi t/2 - 5\pi/12 = N\pi \rightarrow$$

$$t = 2N + 5/6$$

και για $N=0$ έχουμε: $t_2 = \frac{5}{6}$ s.

iv) Για $t_1 = \frac{11}{6}$ s έχουμε:

$$\varphi_1 = 20\pi t + 5 \frac{\pi}{6} = 220 \frac{\pi}{6} + 5 \frac{\pi}{6} = 37\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad) και}$$

$$\varphi_2 = 21\pi t = 231 \frac{\pi}{6} = 38\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

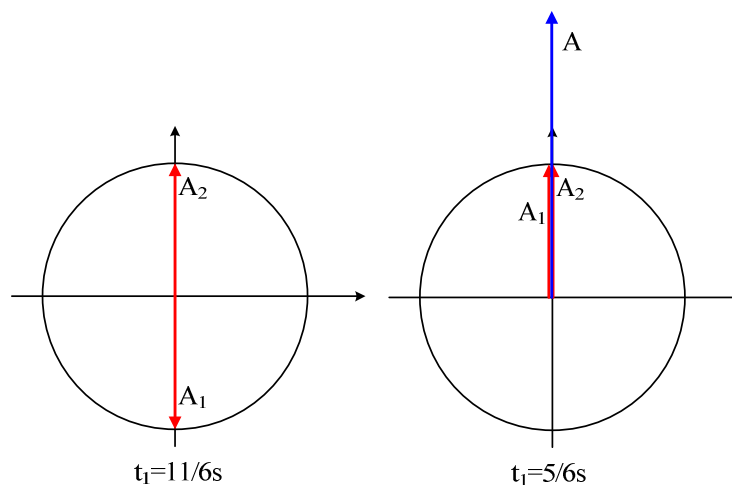
$$\text{Συνεπώς } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi \text{ (rad)}$$

Ενώ τη στιγμή $t_2 = \frac{5}{6}$ s έχουμε:

$$\varphi_1 = 20\pi t + 5 \frac{\pi}{6} = 100 \frac{\pi}{6} + 5 \frac{\pi}{6} = 17\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad) και } \varphi_2 = 21\pi t = 105 \frac{\pi}{6} = 17\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

$$\text{Συνεπώς } \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0 \text{ (rad)}$$

v) Με βάση τα παραπάνω τα περιστρεφόμενα διανύσματα που περιγράφουν τις ταλαντώσεις είναι τα παρακάτω:



** Η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης, προφανώς μπορεί να υπολογιστεί και από την εξίσωση (1), $\varphi_0 = 5\pi/12$, αλλά προτιμήθηκε να δοθεί μέσω των περιστρεφόμενων διανυσμάτων, για να μην θεωρηθεί

ότι αυτά τα χρησιμοποιούμε, μόνον όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν την ίδια συχνότητα.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης