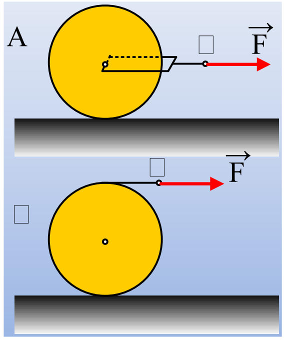
Ένα δεύτερο θέμα με τροχούς.



Διαθέτουμε δύο όμοιους τροχούς σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο. Στον Α μπορούμε μέσω νήματος να ασκούμε δύναμη στο κέντρο μάζας Ο, στον Β έχουμε τυλίξει γύρω του ένα νήμα, οπότε μπορούμε να ασκούμε δύναμη τραβώντας το νήμα, ό-πως στο σχήμα. Ασκούμε ίσες δυνάμεις F στα άκρα Ν των δύο νημάτων, μέχρι να μετακινήσουμε το άκρο του νήματος κατά x=1m, ενώ οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.

i) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια αποκτά:

α) Ο τροχός Α β) ο τροχός Β, γ) αποκτούν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Σε μια στιγμή η κινητική ενέργεια του Β τροχού αυξάνεται με ρυθμό 4J/s. Την ίδια στιγμή η κινητική ενέργεια του Α τροχού αυξάνεται με ρυθμό:

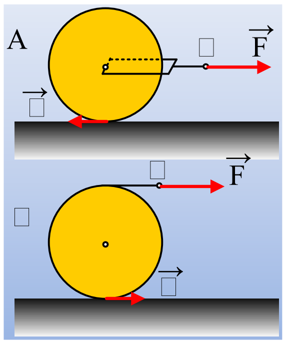
α) 1J/s β) 2J/s γ) 4J/s, δ) 8J/s.

iii) Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις της ισχύος κάθε δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Η κινητική ενέργεια που αποκτά κάθε τροχός είναι ίση με την ενέργεια που μεταφέρεται σε αυτόν μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης. Αλλά $W_F=F\cdot x$, συνεπώς $K_A=K_B=W_F$. Και σωστή είναι η γ) πρόταση. Να σημειωθεί ότι σε και στις δύο περιπτώσεις η ασκούμενη τριβή είναι στατική και συνεπώς δεν παράγει έργο.



ii) Για τον τροχό Α, θεωρώντας ότι εκτελεί σύνθετη κίνηση έχουμε:

Για την μεταφορική κίνηση: $\Sigma F_x=M\cdot \alpha_{cm} \rightarrow F\text{-}T= M\cdot \alpha_{cm}$ (1)

Για την στροφική κίνηση: $\Sigma\tau=I\cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T\cdot R=I\cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$ (2)

Ενώ από τη στιγμή που ο τροχός κυλίεται $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$ (3)

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) με απαλοιφή των $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ και Τ παίρνουμε:

$$a_{cmA}=\frac{F}{M+\frac{I}{R^2}}$$

Για τον τροχό Β αντίστοιχα έχουμε:

$\Sigma F_x=M\cdot \alpha_{cm} \rightarrow F+T= M\cdot \alpha_{cm}$ (1)

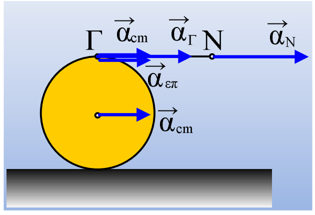
Για την στροφική κίνηση: $\Sigma\tau=I\cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F\cdot R\text{-}T\cdot R=I\cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$ (2)

Ενώ από τη στιγμή που ο τροχός κυλίεται $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$ (3)

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) με απαλοιφή των $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ και Τ παίρνουμε:

$$a_{cmB} = \frac{2F}{M + \frac{I}{R^2}}$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι κάθε στιγμή ο δεύτερος τροχός έχει διπλάσια επιτάχυνση κέντρου μάζας, από την αντίστοιχη επιτάχυνση του Α. Αλλά



$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{F \cdot dx_N \cdot \sigma\upsilon\nu a}{dt} = F \cdot \upsilon_N = F \cdot a_N \cdot t$$

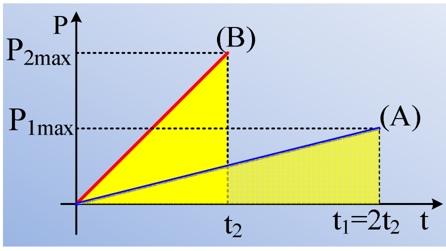
Αλλά με βάση το διπλανό σχήμα, για τον Β τροχό, $\alpha_N=\alpha_\Gamma=\alpha_{cm}+\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R=2\alpha_{cmB}=4\ \alpha_{cmA}$, συνεπώς κάθε στιγμή η κινητική ενέργεια του Β τροχού αυξάνεται με τετραπλάσιο ρυθμό, σε σχέση με τον ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του Α. (προφανώς αυτό ισχύει για το χρονικό διάστημα της επιτάχυνσης του Β, το οποίο είναι το ½ του χρονικού διαστήματος επιτάχυνσης του Α, αφού $x_N= ½\ \alpha_N\cdot t^2$.)

Άρα σωστή είναι η α) πρόταση.

iii) Με βάση την προηγούμενη ανάλυση, η ισχύς κάθε δύναμης είναι:

$$P_F = F \cdot \upsilon_N = F \cdot a_N \cdot t$$

Και οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις είναι όπως στο διάγραμμα:



Αξίζει να σημειωθεί ότι τα χρωματισμένα εμβαδά είναι αριθμητικά ίσα με τα έργα των δύο δυνάμεων που ασκούνται στους δυο τροχούς.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης