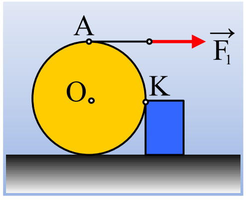
Προσπαθώντας να υπερπηδήσει το εμπόδιο…



Γύρω από έναν κύλινδρο τυλίγουμε ένα νήμα στο άκρο του οποίου ασκούμε οριζόντια δύναμη F_1, με στόχο να υπερπηδήσει ο κύλινδρος ένα πακτωμένο εμπόδιο, ύψους h=R, όπως στο σχήμα. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο και ο κύλινδρος ισορροπεί.

i) Σχεδιάστε τη δύναμη που ασκείται στον κύλινδρο στο σημείο επαφής του με το εμπόδιο Κ, δικαιολογώντας την κατεύθυνσή της.

ii) Η κάθετη αντίδραση του επιπέδου είναι:

α) Μεγαλύτερη από το βάρος του κυλίνδρου.

β) Ίση με το βάρος του κυλίνδρου.

γ) Μικρότερη από το βάρος.

iii) Αυξάνουμε σιγά-σιγά το μέτρο της δύναμης F_1. Τη στιγμή που ο κύλινδρος είναι έτοιμος να υπερπηδήσει το εμπόδιο, το μέτρο της δύναμης F_1 είναι:

α) Ίσο με το βάρος του κυλίνδρου.

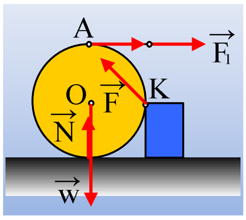
β) Μεγαλύτερο από το βάρος.

γ) Μικρότερο από το βάρος.

iv) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ εμποδίου και κυλίνδρου, να εξετάσετε αν μπορεί και με ποιες προϋποθέσεις, ο κύλινδρος να υπερπηδήσει το εμπόδιο.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, όπου η δύναμη F_1 μεταφέρεται μέσω του νήματος και ασκείται στο σημείο Α του κυλίνδρου, όπου το νήμα εφάπτεται σε αυτόν, Ν η κάθετη αντίδραση του οριζοντίου επιπέδου και F η δύναμη από το εμπόδιο στο σημείο Κ.

i) Επειδή ο κύλινδρος ισορροπεί Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο. Αλλά η F_1, το βάρος w και η Ν διέρχονται από το σημείο Α, οπότε και η δύναμη F από το εμπόδιο περνά επίσης από το Α. Πράγματι:

$$\Sigma\tau_A=0 \rightarrow F_1\cdot 0+w\cdot 0+N\cdot 0+F\cdot d=0 \rightarrow d=0$$

Όπου d η απόσταση του Α από τον φορέα της δύναμης F.

ii) Αφού ο κύλινδρος ισορροπεί ΣF=0 ή $\Sigma F_x=0$ και $\Sigma F_y=0$

Από την τελευταία εξίσωση $F_y+N-w=0 \rightarrow N=w-F_y$ (1)

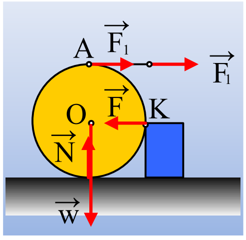
Άρα η κάθετη αντίδραση του επιπέδου είναι μικρότερη του βάρους. Σωστό το γ).

iii) Τη στιγμή που ο κύλινδρος «είναι έτοιμος» να υπερπηδήσει το εμπόδιο, ισορροπεί ακόμη, ενώ μηδενίζεται η αντίδραση N του επιπέδου. Οριακά χάνει την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο. Αλλά τότε παίρνοντας τις ροπές, ως προς το σημείο Κ, έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)}=0 \rightarrow w\cdot R-F_1\cdot R+F\cdot 0=0 \rightarrow F_1=w=Mg.$$

Σωστή η α) πρόταση.

iv) Αν δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και εμποδίου, τότε η δύναμη F, είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής, συνεπώς πάνω σε μια ακτίνα του κυλίνδρου, με φορά προς το κέντρο Ο, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε αν πάρουμε τη συνολική ροπή ως προς το κέντρο μάζας του κυλίνδρου θα έχουμε:



$$\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F_1\cdot R= I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι για οποιαδήποτε τιμή της ασκούμενης δύναμης F_1, ο κύλινδρος θα αρχίσει να στρέφεται αποκτώντας γωνιακή επιτάχυνση, ενώ δεν υπάρχει κατακόρυφη δύναμη που θα μπορούσε να «ανασηκώσει» τον κύλινδρο. Έτσι αυτός θα περιστρέφεται αλλά ποτέ δεν θα ξεπεράσει το εμπόδιο.

Σχόλιο

Από την σχέση (1) προκύπτει ότι όσο αυξάνεται η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης στο σημείο Κ, τόσο μειώνεται η κάθετη αντίδραση του επιπέδου. Συνεπώς η δύναμη που στην πραγματικότητα ανασηκώνει τον κύλινδρο είναι η συνιστώσα F_y. Αλλά τότε αν είναι λεία η επιφάνεια, δεν θα υπάρξει κατακόρυφη συνιστώσα και ο κύλινδρος δεν θα ανυψωθεί για να μπορέσει να περάσει πάνω από το εμπόδιο.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης