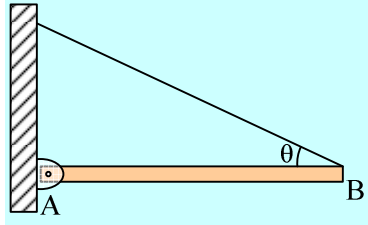


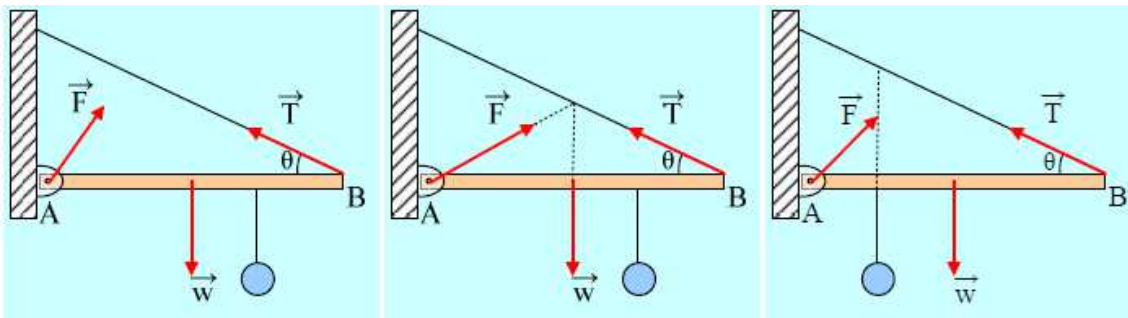
Ισορροπία. Ερωτήσεις με δικαιολόγηση

1) Δύναμη από άρθρωση

- i) Η ράβδος του σχήματος ισορροπεί δεμένη με νήμα που σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$. Τότε και η δύναμη από την άρθρωση σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο.



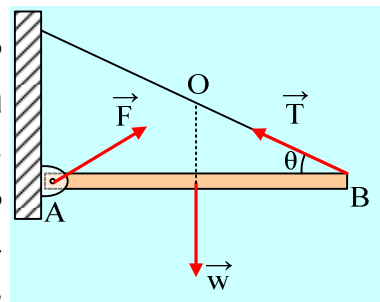
- ii) Στην παραπάνω ράβδο κρέμεται μέσω νήματος μια σφαίρα. Σε ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχει σχεδιαστεί σωστά η δύναμη από την άρθρωση;



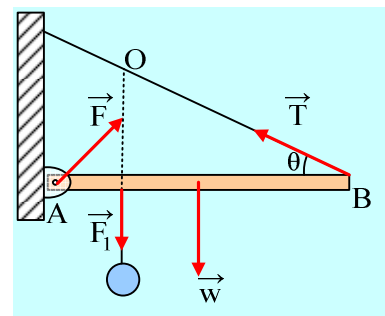
Απαντήσεις

- i) Η πρόταση είναι σωστή.

Αν O το σημείο τομής του φορέα του βάρους και της τάσης του νήματος, τότε αφού η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει $\Sigma \tau_O = 0$. Αλλά αφού οι ροπές του βάρους και της τάσης είναι μηδενικές, πρέπει και η ροπή της δύναμης από την άρθρωση F να είναι επίσης μηδενική. Συνεπώς και η δύναμη F κατευθύνεται προς το O . Αλλά τότε το τρίγωνο AOB είναι ισοσκελές, αφού η διάμεσος (ο φορέας του βάρους) είναι και μεσοκάθετος. Άρα η δύναμη F σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με τη ράβδο.



- ii) Σωστό σχήμα είναι το τρίτο, αφού για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς το σημείο O , το σημείο τομής του φορέα της δύναμης F_1 και της τάσης να είναι μηδέν. Αλλά θεωρώντας τις ροπές που τείνουν να στρέψουν τη ράβδο αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού θετικές, η ροπή του βάρους είναι αρνητική, αλλά τότε η ροπή της F πρέπει να είναι θετική και ο φορέας της πρέπει να «περνά» από σημείο του νήματος χαμηλότερα του O .



2) Ισορροπία κυλίνδρου

Ο κύλινδρος του σχήματος ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο δεμένος με νήμα παράλληλο στο επίπεδο.

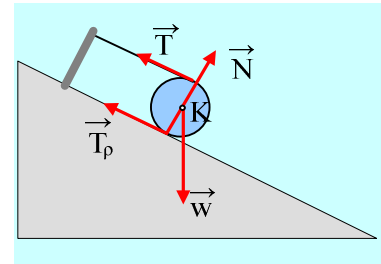
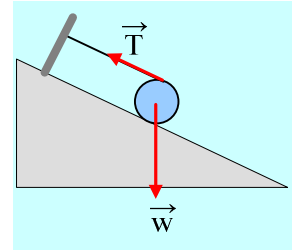
Ποια πρόταση είναι σωστή.

- i) το επίπεδο είναι λείο.
- ii) Στον κύλινδρο ασκείται τριβή με φορά προς τα πάνω.
- iii) Στον κύλινδρο ασκείται τριβή με φορά προς τα κάτω.

Απάντηση:

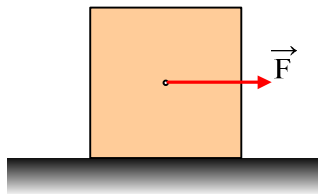
Σωστή πρόταση είναι η ii). Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ασκούμενες δυνάμεις.

Αφού ο κύλινδρος ισορροπεί $\Sigma \tau_K = 0$ και αφού $\tau_w = \tau_N = 0$, πρέπει $+T \cdot R - T_p \cdot R = 0$, συνεπώς η τριβή είναι προς τα πάνω και μάλιστα έχει το ίδιο μέτρο με την τάση του νήματος.



3) Συνολική ροπή και ανατροπή σώματος.

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύβος μάζας 100kg και ακμής $a=2m$. Σε μια στιγμή ασκούμε στο κέντρο του μια οριζόντια δύναμη $F=300N$. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ του κύβου και του επιπέδου είναι $\mu = \mu_s = 0,2$.



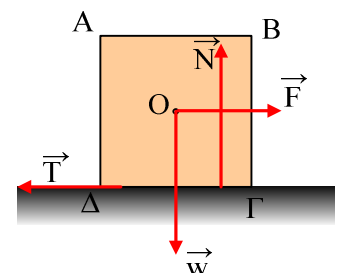
- i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
 - α) Ο κύβος παραμένει ακίνητος.
 - β) Ο κύβος ισορροπεί.
 - γ) Η τριβή, είναι τριβή ολίσθησης με μέτρο $T=200N$.
 - δ) Ο κύβος επιταχύνεται προς τα δεξιά με επιτάχυνση $a=1m/s^2$.
 - ε) Ο κύβος ανατρέπεται.
 - στ) Αφού ο κύβος δεν ανατρέπεται η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι ίση με μηδέν.
 - ζ) Ο φορέας της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου έχει μοχλοβραχίονα ως προς το κέντρο O, ίσο με $x=0,2m$.
- ii) Υπολογίστε την συνολική ροπή ως προς την κορυφή Γ και σχολιάστε το αποτέλεσμα.

Απάντηση:

- i) Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή έχει μέτρο:

$$T_{op} = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot mg = 0,2 \cdot 100 \cdot 10 = 200N$$

Στον άξονα x η δύναμη F είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, οπότε ο κύβος επιταχύνεται προς τα δεξιά έχοντας επι-



τάχυνση:

$$a_{cm} = \Sigma F_x / m = (F - T) / m = 1 \text{ m/s}^2.$$

Το αν ανατρέπεται ή όχι ο κύβος εξαρτάται από το σημείο εφαρμογής της κάθετης αντίδρασης N του επιπέδου.

Έστω x η απόσταση του φορέα της N από το O . Παίρνοντας τις ροπές ως προς το κέντρο μάζας O και θεωρώντας ότι ο κύβος δεν στρέφεται (δεν ανατρέπεται) παίρνουμε:

$$\Sigma \tau = 0, -T \cdot a/2 + N \cdot x = 0, \text{ από όπου}$$

$$x = T a / 2N = 0,2 \text{ m}$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι ο φορέας της N περνά από τη βάση στήριξης, συνεπώς δεν ανατρέπεται ο κύβος.

Οπότε οι απαντήσεις είναι:

Λ Λ Σ Σ Λ Λ Σ

ii) Τέλος αν πάρουμε την συνολική ροπή ως προς την κορυφή Γ θα έχουμε:

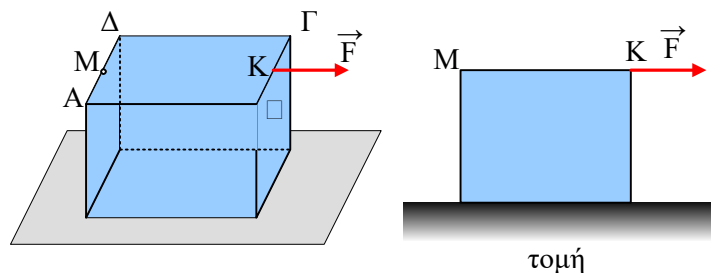
$$\Sigma \tau = T \cdot 0 - N \cdot 0,8 - F \cdot 1 + w \cdot 1 = (-1000 \cdot 0,8 - 300 + 1000) \text{ Nm} = -100 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

ΣΧΟΛΙΟ:

Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι διάφορη του μηδενός, δηλαδή το σώμα έχει επιτάχυνση, αν στρέφεται, θα στρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας.

Αν λοιπόν θέλουμε το στερεό να μην στρέφεται, μόνο ως προς αυτόν τον άξονα η συνολική ροπή θα πρέπει να είναι μηδέν. Ως προς τα υπόλοιπα σημεία μπορεί η ροπή να μην είναι μηδέν, χωρίς να σημαίνει ότι το στερεό θα έχει γωνιακή επιτάχυνση.

4) Θα ανατραπεί ο κύβος;



Ένας κύβος πλευράς $a=1\text{m}$ και βάρους $w=600\text{N}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=180\text{N}$, η οποία ασκείται στο μέσον K της ακμής $B\Gamma$, όπως στο σχήμα.

A) Τότε ο κύβος:

- i) Παραμένει ακίνητος.
- ii) Επιταχύνεται προς τα δεξιά
- iii) Επιταχύνεται προς τα δεξιά και ανατρέπεται.

B) Η συνολική ροπή των δυνάμεων ως προς το μέσον M της ακμής $A\Delta$ έχει μέτρο:

- α) μηδέν β) $30\text{N} \cdot \text{m}$ γ) $50\text{N} \cdot \text{m}$

Απάντηση:

A) Δεν ξέρουμε αν ισορροπεί ο κύβος. Αν κάνει μόνο μεταφορική ή και στροφική κίνηση (αν ανατρέπεται). Οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο είναι αυτές του διπλανού σχήματος.

Στον κατακόρυφο άξονα ο κύβος ισορροπεί, άρα $\Sigma F_y = 0$ ή

$$N = w = 600\text{N},$$

συνεπώς η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η τριβή) είναι $T_{op} = T_{ol} = \mu N = 120\text{N}$.

Αφού $F > T_{op}$ ο κύβος επιταχύνεται προς τα δεξιά και η ασκούμενη τριβή είναι τριβή ολίσθησης με μέτρο $T_{ol} = 120\text{N}$.

Δηλαδή ο κύβος αποκτά επιτάχυνση προς τα δεξιά, η οποία υπολογίζεται από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_{cm} \rightarrow a_{cm} = \frac{F - T}{m} = \frac{180 - 120}{60} = 1\text{m/s}^2$$

Έστω ότι ο κύβος επιταχύνεται μεν προς τα δεξιά χωρίς όμως να στρέφεται. Τότε ως προς το κέντρο μάζας O θα ισχύει:

$$\Sigma \tau = 0 \rightarrow$$

$$w \cdot 0 + N \cdot x - T \cdot \alpha/2 - F \cdot \alpha/2 = 0 \rightarrow$$

$$Nx = T \cdot \alpha/2 + F \cdot \alpha/2 \rightarrow$$

$$x = \frac{T + F}{N} \cdot \frac{\alpha}{2} = \frac{120 + 180}{600} \cdot \frac{1}{2} \text{m} = 0,25\text{m}$$

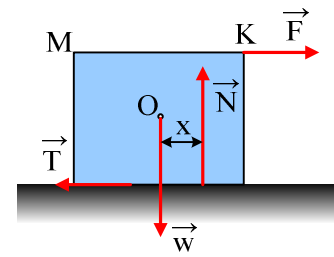
Δηλαδή ο φορέας της N περνάει από την βάση στήριξης και απλά είναι μετατοπισμένος κατά $x = 0,25\text{m}$ από το κέντρο O, πράγμα που μπορεί να συμβαίνει. Συνεπώς πράγματι ο κύβος δεν ανατρέπεται. Σωστή η ii) πρόταση.

B) Αν πάρουμε τώρα τις ροπές ως προς το M έχουμε:

$$\Sigma \tau_A = -w \cdot \alpha/2 - T \cdot \alpha + F \cdot 0 + N \cdot (\alpha/2 + x) \rightarrow$$

$$\Sigma \tau_A = -600 \cdot 0,5 - 120 \cdot 1 + 600 \cdot (0,5 + 0,25) = +30\text{N} \cdot \text{m}.$$

Σωστή η β) πρόταση.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης