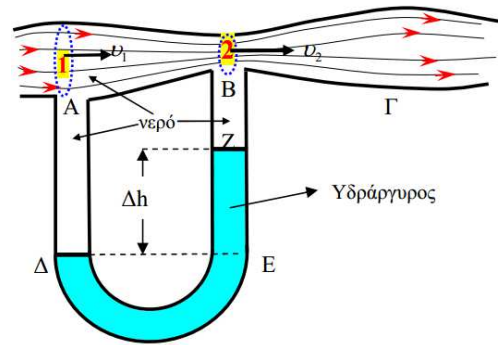


Ροόμετρο Venturi και υψομετρική διαφορά....

Το διπλανό σχήμα παριστάνει ένα ροόμετρο Venturi, (βεντουρίμετρο) που αποτελείται από τον οριζόντιο σωλήνα ΑΒΓ ο οποίος παρουσιάζει στένωση στο σημείο Β. Το ροόμετρο συνδέεται με ένα σωλήνα τύπου U στα σημεία Α και Β. Το κύριο μέρος του σωλήνα U που συνδέει τα σημεία Α και Β περιέχει υδράργυρο η πυκνότητα του οποίου είναι $\rho_{\text{υδ}}=13.600\text{kg/m}^3$. Στο ροόμετρο διέρχεται νερό η πυκνότητα του οποίου είναι $\rho_{\text{ν}}=1000\text{kg/m}^3$.



Η μεγάλη διατομή του ροομέτρου στο Α έχει ακτίνα R και η μικρή που παρουσιάζει τη στένωση στο Β είναι $r=R/2$. Υποθέστε ότι η ταχύτητα του νερού στο σημείο 1 είναι $v_1=1,5\text{m/s}$.

- α) Υπολογίστε την τιμή της ταχύτητας v_2 του νερού στο σημείο 2.
- β) Να εξηγήσετε που οφείλεται η υψομετρική διαφορά Δh που παρουσιάζει ο υδράργυρος στον σωλήνα U.
- γ) Υπολογίστε την υψομετρική διαφορά Δh που παρουσιάζει ο υδράργυρος.
- δ) Αν η πίεση στο σημείο 1 ήταν 1Atm να υπολογιστούν οι ταχύτητες που θα έπρεπε να έχει το νερό στα σημεία 1 και 2 ώστε η πίεση στο 2 να ήταν μηδέν.

Δίνεται $1\text{Atm}=10^5\text{N/m}^2$ και ότι το νερό και υδράργυρος συμπεριφέρονται σαν ιδανικά ρευστά. Επίσης τα σημεία 1 και 2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Απάντηση

α) Από την εξίσωση της συνέχειας και επειδή το νερό είναι ασυμπίεστο έχουμε:

$$S_A v_1 = S_B v_2 \Rightarrow \pi R^2 v_1 = \pi r^2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{R^2}{r^2} v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 v_1 = \left(\frac{2r}{r}\right)^2 1,5 \Rightarrow v_2 = 6\text{m/s} \quad (1)$$

β) Η υψομετρική διαφορά που παρουσιάζει ο υδράργυρος οφείλεται στις διαφορετικές πιέσεις που παρουσιάζει το νερό στις διατομές Α και Β. Από την εξίσωση του Bernoulli προκύπτει ότι στο σημείο 1 η πίεση είναι μεγαλύτερη από ότι στο 2. Έτσι το νερό στο σημείο Α πιέζει τον υδράργυρο προς τα κάτω. Αντίθετα στο Β η πίεση είναι μικρότερη και έτσι ο υδράργυρος ανεβαίνει προς το Β.

γ) Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1 και 2 έχουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_{\text{ν}} v_1^2 + \rho_{\text{ν}} g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_{\text{ν}} v_2^2 + \rho_{\text{ν}} g y_2 \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho_{\text{ν}} v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_{\text{ν}} v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho_v (v_2^2 - v_1^2) \quad (2)$$

Το τμήμα του υδραργύρου βρίσκεται σε ισορροπία. Σύμφωνα με την αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων αν πάρουμε δύο σημεία Δ και Ε που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο εντός του ίδιου υγρού, θα ισχύει $p_\Delta = p_E$. Δεν θα λάβουμε υπόψη την πίεση που ασκεί το νερό στη στήλη ΑΔ και ΒΖ. (σχόλιο 2)

$$p_\Delta = p_E \Rightarrow p_1 = p_2 + \rho_{\nu\delta} g \Delta h \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho_{\nu\delta} g \Delta h \quad (3)$$

$$(2) \xrightarrow{(3)} \frac{1}{2} \rho_v (v_2^2 - v_1^2) = \rho_{\nu\delta} g \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{1}{2} \frac{\rho_v}{\rho_{\nu\delta} g} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1000}{13.600 \cdot 10} (6^2 - 1,5^2)$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{1}{272} (36 - 2,25) = \frac{33,75}{272} \Rightarrow \Delta h = 0,124m \Rightarrow \Delta h = 12,4cm$$

δ) Από την εξίσωση της συνέχειας και επειδή το νερό είναι ασυμπίεστο έχουμε:

$$S_A v = S_B v' \Rightarrow \pi R^2 v_1 = \pi r^2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{R^2}{r^2} v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2 v_1 = \left(\frac{2r}{r}\right)^2 v_1 \Rightarrow v_2 = 4v_1 \quad (4)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli στα σημεία 1 και 2 έχουμε:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_v v_1^2 + \rho_v g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_v v_2^2 + \rho_v g y_2 \xrightarrow[p_2=0]{y_1=y_2} p_1 + \frac{1}{2} \rho_v v_1^2 = \frac{1}{2} \rho_v v_2^2 \Rightarrow p_1 = \frac{1}{2} \rho_v (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{(4)}$$

$$p_1 = \frac{1}{2} \rho_v (16v_1^2 - v_1^2) \Rightarrow p_1 = \frac{1}{2} \rho_v 15v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2p_1}{15\rho_v}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{15 \cdot 1000}} = \sqrt{\frac{200}{15}} = \sqrt{\frac{40}{3}} \Rightarrow v_1 \approx 3,65m/s$$

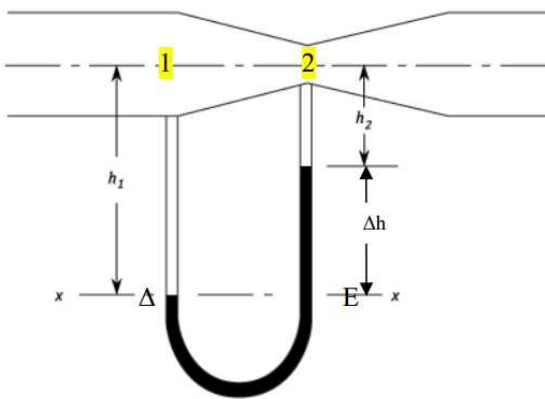
άρα $v_2 = 14,6 m/s$

Σχόλια

1. Το φαινόμενο στο Β όταν η πίεση πέφτει σχεδόν στο μηδέν, είναι γνωστό σαν σπηλαίωση, (cavitation). Το νερό εξατμίζεται σχηματίζοντας μικρές φυσαλίδες.

2. Στον υπολογισμό της διαφοράς ύψους του ερωτήματος γ αγνοήσαμε την πίεση του νερού στις στήλες ΑΔ και ΒΖ. Αυτό συνήθως γίνεται διότι η διαφορά αυτή επιφέρει μικρή αλλαγή στην πίεση p_Δ και p_E και τελικά μικρή απόκλιση στο Δh . Αν το ρευστό που διαρρέει το ροόμετρο έχει πολύ μικρή πυκνότητα σε σχέση με το υγρό του σωλήνα U, ή ο σωλήνας δεν είναι πολύ μακρύς ώστε τελικά η πίεση αυτή να πρέπει να ληφθεί υπόψη, τότε πρακτικά δεν παρατηρείται μεγάλη αλλαγή. Π.χ. αν το ροόμετρο διαρρεόταν από αέρα,

$\rho_{\text{air}}=1,3\text{kg/m}^3$ και ο σωλήνας U από υδράργυρο, $\rho_{\text{vd}}=13.600\text{ kg/m}^3$ ακόμη και με μακρύ σωλήνα δεν θα το λαμβάναμε υπόψη.



Έστω ότι το ροόμετρο διαρρέεται από νερό και ο σωλήνας περιέχει υδράργυρο.

Τότε:

$$p_{\Delta} = p_{\text{E}} \Rightarrow p_1 + \rho_v g h_1 = p_2 + \rho_v g h_2 + \rho_{\text{vd}} g (h_1 - h_2) \Rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \rho_{\text{vd}} g (h_1 - h_2) - \rho_v g (h_1 - h_2) \Rightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \rho_{\text{vd}} g \Delta h - \rho_v g \Delta h \Rightarrow p_1 - p_2 = (\rho_{\text{vd}} - \rho_v) g \Delta h$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

X. Αγριόδημας