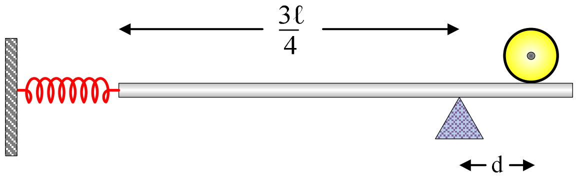
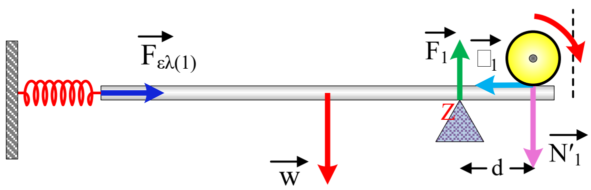
Ισορροπία με τριβή ολίσθησης



Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε μία άκαμπτη λεπτή ράβδο μήκους ℓ που ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια λείου στηρίγματος σχήματος Δ και ένα κύλινδρο που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Η απόσταση του σημείου επαφής του κυλίνδρου από το υποστήριγμα στην σανίδα είναι d. Το ελατήριο αρχικά έχει το φυσικό του μήκος. Θέτουμε τον κύλινδρο σε περιστροφική κίνηση αρχικά δεξιόστροφα και αφού ηρεμήσουμε το σύστημα με εξωτερική παρέμβαση μας έτσι ώστε το πλάτος της ταλάντωσης να είναι αμελητέο, μετράμε την συσπείρωση του ελατηρίου και την βρίσκουμε ίση με $\Delta\ell_1$. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία αλλά με τον τροχό να περιστρέφεται αριστερόστροφα, οπότε με την ίδια διαδικασία όπως παραπάνω μόλις το σύστημα σχεδόν ακινητοποιηθεί η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell_2$. Θεωρούμε γνωστά την μάζα m της ράβδου και το μήκος της ℓ, την απόσταση d, τον συντελεστή τριβής μ μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου και την επιτάχυνση της βαρύτητας g. Στην πρώτη περίπτωση η συσπείρωση του ελατηρίου είναι τέτοια ώστε $\Delta\ell_1 + d < \ell/4$ και στην δεύτερη $\Delta\ell_2 < d$. Ποια η σχέση για τις παραμορφώσεις του ελατηρίου είναι σωστή;

α. $\Delta\ell_1 > \Delta\ell_2$ **β.** $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2$ **γ.** $\Delta\ell_1 < \Delta\ell_2$

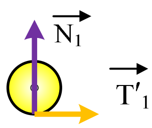
Λύση



Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος στην πρώτη περίπτωση φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

(η κατακόρυφη διακεκομμένη γραμμή δείχνει την αρχική θέση της ράβδου).

Ισχύει: $\Sigma\tau_Z = 0 \Rightarrow w(\frac{\ell}{4} + \Delta\ell_1) - N'_1 d = 0 \Rightarrow \mathbf{N'_1 = \frac{d}{w}\left(\frac{\ell}{4} + \Delta\ell_1\right)}$ και η αντίδραση της N'_1



που δέχεται ο κύλινδρος θα έχει το ίδιο μέτρο άρα $\mathbf{N_1 = \frac{d}{w}\left(\frac{\ell}{4} + \Delta\ell_1\right)}$

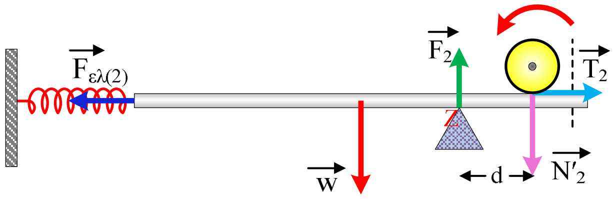
Η τριβή που αναπτύσσεται στον κύλινδρο είναι: $T'_1 = \mu N_1$ και $T_1 = T'_1$ (Δράση – αντίδραση).

Ισχύει επίσης $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow T_1 = F_{\varepsilon\lambda(1)} \Rightarrow \mu N_1 = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \mu\frac{w}{d}\left(\frac{\ell}{4}+\Delta\ell_1\right) = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_1 = \dfrac{\mu w\ell}{4d\left(k-\dfrac{\mu w}{d}\right)}}$

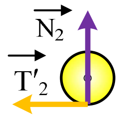
Για την δεύτερη περίπτωση έχουμε:

Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος στην πρώτη δεύτερη φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

(η κατακόρυφη διακεκομμένη γραμμή δείχνει την αρχική θέση της ράβδου).



Ισχύει: $\Sigma\tau_Z = 0 \Rightarrow w\left(\frac{\ell}{4}-\Delta\ell_2\right) - N'_2 d = 0 \Rightarrow \boldsymbol{N'_2 = \dfrac{d}{w}\left(\dfrac{\ell}{4}-\Delta\ell_2\right)}$ και η αντίδραση της N'_2



που δέχεται ο κύλινδρος θα έχει το ίδιο μέτρο άρα $\boldsymbol{N_2 = \dfrac{d}{w}\left(\dfrac{\ell}{4}-\Delta\ell_2\right)}$

Η τριβή που αναπτύσσεται στον κύλινδρο είναι: $T'_2 = \mu N_2$ και $T_2 = T'_2$ (Δράση – αντίδραση).

Ισχύει επίσης $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow T_2 = F_{\varepsilon\lambda(2)} \Rightarrow \mu N_2 = k\Delta\ell_2 \Rightarrow \mu\frac{w}{d}\left(\frac{\ell}{4}-\Delta\ell_2\right) = k\Delta\ell_2 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_2 = \dfrac{\mu w\ell}{4d\left(k+\dfrac{\mu w}{d}\right)}}$

$$\text{Άρα: } \frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} = \frac{\dfrac{\mu w\ell}{4d\left(k-\dfrac{\mu w}{d}\right)}}{\dfrac{\mu w\ell}{4d\left(k+\dfrac{\mu w}{d}\right)}} = \frac{k+\dfrac{\mu w}{d}}{k-\dfrac{\mu w}{d}} > 1 \Rightarrow \frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} > 1 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_1 > \Delta\ell_2}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση είναι η **α**.

Επιμέλεια

Βασίλης Δουκατζής