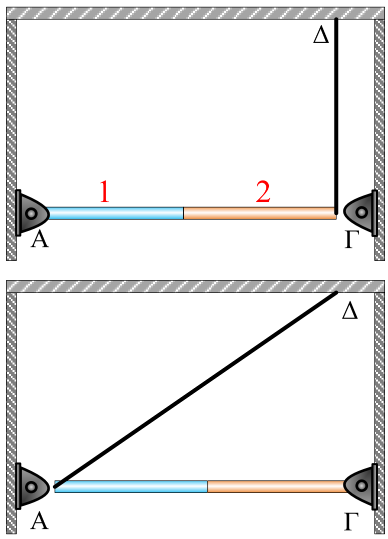
Οι δύο ράβδοι.



Λεπτή ράβδος μήκους 2ℓ προέρχεται από την συγκόλληση δύο ομογενών ράβδων ίδιου μήκους ℓ και κυκλικής διατομής αλλά από διαφορετικό υλικό.

Η ράβδος 1 έχει μάζα m_1 και η ράβδος 2 μάζα m_2. Την ράβδο μπορούμε να την προσαρμόσουμε στην άρθρωση Α ή στην άρθρωση Γ και σε κάθε περίπτωση ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια σχοινιού που είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Δ. Στην δεύτερη περίπτωση το σχοινί σχηματίζει με την ράβδο οξεία γωνία 30^o.

Α. Αν η τάση του νήματος είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις ποια η σχέση που συνδέει τις μάζες των δύο ράβδων m_1 και m_2;

α. $m_2 = m_1$ **β.** $m_2 = 3m_1$ **γ.** $m_2 = 5m_1$

Β. Αν κόψουμε το σχοινί σε κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις, ποια η σχέση που συνδέει τις αρχικές γωνιακές επιταχύνσεις $\alpha_{\gamma,1}$ (πάνω σχήμα) και $\alpha_{\gamma,2}$ (κάτω σχήμα).

α. $\alpha_{\gamma,1} = 3\alpha_{\gamma,2}$ **β.** $\alpha_{\gamma,1} = \frac{2}{3}\alpha_{\gamma,2}$ **γ.** $\alpha_{\gamma,1} = \frac{3}{2}\alpha_{\gamma,2}$

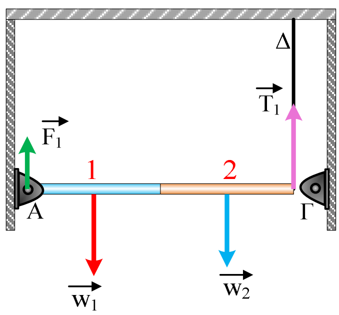
Γ. Για τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων των ράβδων όταν βρεθούν στην κατακόρυφη θέση ισχύει:

α. $\omega_1 < \omega_2$ **β.** $\omega_1 = \omega_2$ **γ.** $\omega_1 > \omega_2$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}m\ell^2$.

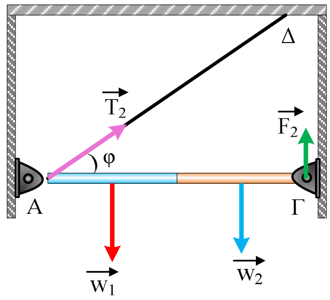
Λύση



Α. Από την ισορροπία έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_1 2\ell - w_1\frac{\ell}{2} - w_2\frac{3\ell}{2} = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{g}{4}(m_1 + 3m_2) \quad (1)$$

Από την δεύτερη ισορροπία έχουμε:



$$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0 \Rightarrow T_2 2\ell\eta\mu 30 - w_2\frac{\ell}{2} - w_1\frac{3\ell}{2}=0 \Rightarrow T_2=\frac{g}{4}(6m_1+2m_2)\ \ (2)$$

Αλλά από τη εκφώνηση $T_1=T_2 \Rightarrow m_1+3m_2=6m_1+2m_2 \Rightarrow$ $\mathbf{m_2=5m_1}$

Άρα σωστή απάντηση η **γ**.

Β. Η ροπή αδράνειας για την πρώτη περίπτωση είναι:

$$I_1=I_{1(A)}+I_{2(A)}=\left(\frac{1}{12}m_1\ell^2+m_1\frac{\ell^2}{4}\right)+\left(\frac{1}{12}m_2\ell^2+m_2\frac{9\ell^2}{4}\right)=\frac{m_1\ell^2}{3}+\frac{7m_2\ell^2}{3}\Rightarrow I_1=12m_1\ell^2$$

και για την δεύτερη περίπτωση έχουμε:

$$I_2=I_{1(\Gamma)}+I_{2(\Gamma)}=\left(\frac{1}{12}m_1\ell^2+m_1\frac{9\ell^2}{4}\right)+\left(\frac{1}{12}m_2\ell^2+m_2\frac{\ell^2}{4}\right)=\frac{7m_1\ell^2}{3}+\frac{m_2\ell^2}{3}\Rightarrow I_2=4m_1\ell^2$$

Ισχύει:

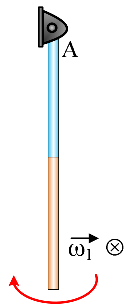
$$\Sigma\tau_1=I_1\alpha_{\gamma,1}\Rightarrow w_1\frac{\ell}{2}+w_2\frac{3\ell}{2}=12m_1\ell^2\alpha_{\gamma,1}\Rightarrow\frac{m_1g}{2}+\frac{3m_2g}{2}=12m_1\ell\alpha_{\gamma,1}\Rightarrow 8m_1g=12m_1\ell\alpha_{\gamma,1}\Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{\gamma,1}=\frac{2g}{3\ell}}$$

και

$$\Sigma\tau_2=I_2\alpha_{\gamma,2}\Rightarrow w_1\frac{3\ell}{2}+w_2\frac{\ell}{2}=4m_1\ell^2\alpha_{\gamma,2}\Rightarrow\frac{3m_1g}{2}+\frac{m_2g}{2}=4m_1\ell\alpha_{\gamma,2}\Rightarrow 4m_1g=4m_1\ell\alpha_{\gamma,2}\Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{\gamma,2}=\frac{g}{\ell}}$$

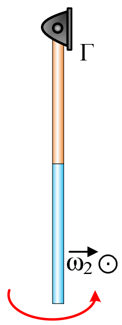
Άρα $\alpha_{\gamma,1}=\frac{2}{3}\alpha_{\gamma,2}$ οπότε σωστή απάντηση η **β**.

Γ. Εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε. για την περιστροφή της ράβδου στις δύο περιπτώσεις.



$$\Delta K_1=\Sigma W\Rightarrow\frac{1}{2}I_1\omega_1^2=w_1\frac{\ell}{2}+w_2\frac{3\ell}{2}\Rightarrow\frac{1}{2}12m_1\ell^2\omega_1^2=\frac{m_1g\ell}{2}+\frac{3m_2g\ell}{2}\Rightarrow$$

$$6m_1\ell^2\omega_1^2=8m_1g\ell\Rightarrow \boldsymbol{\omega_1=\sqrt{\frac{4g}{3\ell}}}$$



$$\Delta K_2=\Sigma W\Rightarrow\frac{1}{2}I_2\omega_2^2=w_1\frac{3\ell}{2}+w_2\frac{\ell}{2}\Rightarrow\frac{1}{2}4m_1\ell^2\omega_2^2=\frac{3m_1g\ell}{2}+\frac{m_2g\ell}{2}\Rightarrow$$

$$2m_1\ell^2\omega_2^2=4m_1g\ell\Rightarrow \boldsymbol{\omega_2=\sqrt{\frac{2g}{\ell}}}$$

Συνεπώς $\omega_2>\omega_1$ οπότε σωστή απάντηση η **α**.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Βασίλης Δουκατζής