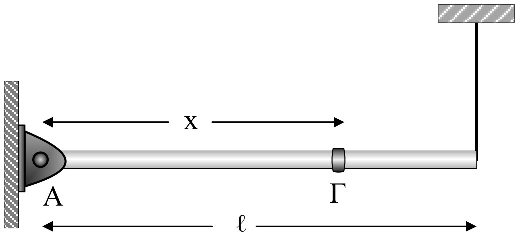
# *Ράβδος και δακτυλίδι.*

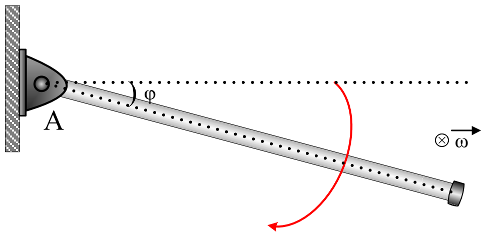
Μία λεπτή ομογενής ράβδος μήκους ℓ και μάζας M = 3m ισορροπεί οριζόντια, με την βοήθεια κατακόρυφου νήματος στο ένα άκρο της και έχει το άλλο άκρο της στερεωμένο σε ακλόνητη άρθρωση. Περνάμε ένα δακτυλίδι μάζας m κατά μήκος του άξονα της ράβδου το οποίο μπορεί να κινείται (πάνω στον άξονα) χωρίς τριβές. Κόβουμε κάποια στιγμή το νήμα και το δακτυλίδι αρχίζει να απομακρύνεται από την ράβδο και κάποια στιγμή την εγκαταλείπει.




**Α.** Σε ποια απόσταση από την άρθρωση πρέπει να τοποθετήσουμε το δακτυλίδι ώστε την στιγμή που κόβουμε το νήμα να μην δεχθεί δύναμη από την ράβδο.

**α.** $x = \frac{\ell}{3}$  **β.** $x = \frac{\ell}{2}$  **γ.** $x = \frac{2\ell}{3}$

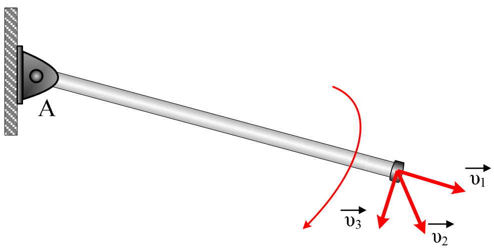
**Β.** Το δακτυλίδι εγκαταλείπει την ράβδο όταν αυτή σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Αν είχαμε στερεωμένο το δακτυλίδι στην θέση που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα και αφήναμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί, στην ίδια θέση (ίδια γωνία φ) το σύστημα θα έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_2$ που σε σχέση με την αρχική ισχύει:




**α.** $\omega_2 < \omega_1$  **β.** $\omega_2 = \omega_1$  **γ.** $\omega_2 > \omega_1$

**Γ.** Την στιγμή της εγκατάλειψης η ταχύτητα του δακτυλιδιού είναι η:

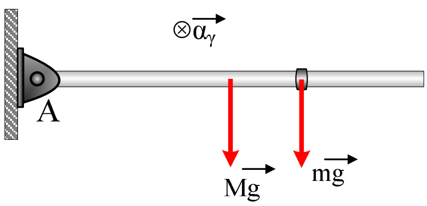
**α.** $\vec{\upsilon}_1$  **β.** $\vec{\upsilon}_2$  **γ.** $\vec{\upsilon}_3$




**Λύση**

**Α.** Την στιγμή της εκκίνησης ισχύει για το δακτυλίδι:

$$\Sigma\tau = I_{\delta\alpha\kappa}\alpha_\gamma \Rightarrow \tau_w = I_{\delta\alpha\kappa}\alpha_\gamma \Rightarrow mgx = mx^2\alpha_\gamma \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_\gamma = \frac{g}{x}}$$

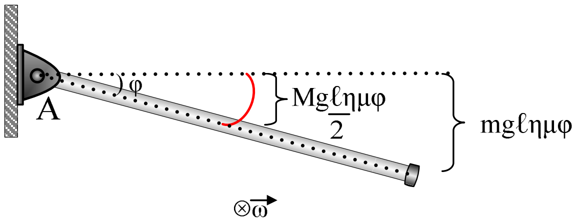


Ενώ για το σύστημα ισχύει:

$$\Sigma\tau = I_{ολ}\alpha_\gamma \Rightarrow Mg\frac{\ell}{2} + mgx = (\frac{1}{3}M\ell^2 + mx^2)\frac{g}{x} \Rightarrow M\frac{\ell}{2} + mx = \frac{1}{3}M\frac{\ell^2}{x} + mx \Rightarrow M\frac{\ell}{2} = \frac{1}{3}M\frac{\ell^2}{x} \Rightarrow \mathbf{x = \frac{2\ell}{3}}$$

Άρα σωστή απάντηση η **γ**.

**Β.** Για το ελεύθερο δακτυλίδι την στιγμή της εγκατάλειψης ισχύει:




$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}M\ell^2 + m\ell^2\right)\omega_1^2 = Mg\frac{\ell}{2}ημφ + mg\ell ημφ \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}2m\ell\omega_1^2 = 2{,}5mgημφ \Rightarrow \boldsymbol{\omega_1 = \sqrt{\frac{2{,}5gημφ}{\ell}}}$$

Αν το δακτυλίδι είναι ακλόνητο πάνω στη ράβδο ισχύει:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}M\ell^2 + m\frac{4}{9}\ell^2\right)\omega_2^2 = Mg\frac{\ell}{2}ημφ + mg\frac{2}{3}\ell ημφ \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{13}{9}m\ell\omega_2^2 = \frac{13mgημφ}{6} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\omega_2 = \sqrt{\frac{gημφ}{3\ell}}}$$

Άρα σωστή απάντηση η **α**.

**Γ.** Την στιγμή εγκατάλειψης της ράβδου το δακτυλίδι έχει μία ταχύτητα η οποία είναι παράλληλη στον άξονα της ράβδου και μία γραμμική ταχύτητα που είναι κάθετη στον άξονα της ράβδου, έτσι η ταχύτητα του δακτυλιδιού την στιγμή της αποχώρησης είναι η $\vec{\upsilon}_2$.

Άρα σωστή απάντηση η **β**.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Βασίλης Δουκατζής*