

### Τρέχοντα κύματα. Ερωτήσεις με δικαιολόγηση.

#### Η φάση ενός σημείου κατά τη διάδοση κύματος

Κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου διαδίδεται ένα κύμα προς τα δεξιά του θετικού ημιάξονα, με μήκος κύματος  $\lambda=2\text{m}$ . Ένα υλικό σημείο  $\Sigma$  κάποια χρονική στιγμή έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις. Ποια η φάση ενός άλλου υλικού σημείου  $M$ , που βρίσκεται αριστερά του  $\Sigma$  και σε απόσταση 0,5m από αυτό;

- α. 5,5π rad      β. 6π rad      γ. 6,5π rad

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

#### Απάντηση.

Το υλικό σημείο  $\Sigma$  έχει εκτελέσει 2,5 ταλαντώσεις δηλαδή έχει περάσει χρόνος  $2,5T$  από την στιγμή που έφτασε σε αυτό η διαταραχή. Άρα εκείνη την στιγμή η φάση του είναι  $\varphi_{\Sigma} = \omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} 2,5T = 5\pi \text{ rad}$ .

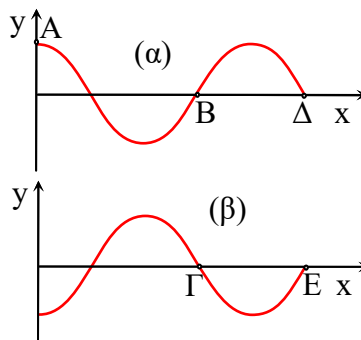
Επειδή το υλικό σημείο  $M$  βρίσκεται αριστερά του  $\Sigma$  και το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά του θετικού ημιάξονα, επομένως από το  $M$  προς το  $\Sigma$ , την ίδια χρονική στιγμή το  $M$  έχει μεγαλύτερη φάση από το  $\Sigma$ . Άρα θα είναι :

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_{\Sigma} = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} \rightarrow \varphi_M = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} + \varphi_{\Sigma} \rightarrow \varphi_M = 5,5\pi \text{ rad}$$

Σωστή η α.

#### Στιγμιότυπο κύματος και φάσεις.

Δίνεται το στιγμιότυπο (α) του παρακάτω σχήματος κάποια χρονική στιγμή  $t_0$ , για ένα κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά, χωρίς αρχική φάση, ξεκινώντας από την πηγή που θεωρούμε ότι βρίσκεται στη θέση  $x=0$ .



- i) Ποια η φάση του σημείου  $\Delta$ ;
- ii) Για πόσο χρόνο ταλαντώνεται το σημείο  $B$ ;
- iii) Πόσες ταλαντώσεις έχει εκτελέσει η πηγή του κύματος;
- iv) Αναφερόμενοι στο (β) σχήμα που το κύμα διαδίδεται επίσης προς τα δεξιά ξεκινώντας επίσης από τη θέση  $x=0$ :
  - α) Ποιες οι φάσεις των σημείων  $\Gamma$  και  $E$ ;
  - β) Ποια η αρχική φάση της πηγής;

#### Απάντηση:

- i) Το σημείο Δ είναι έτοιμο να ξεκινήσει την ταλάντωσή του, ξεκινώντας την κίνησή του από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση. Συνεπώς η φάση του είναι μηδενική.
- ii) Αφού το κύμα έχει διαδοθεί κατά  $\lambda/2$  πέραν του Β, σημαίνει ότι το σημείο αυτό έχει εκτελέσει μισή ταλάντωση σε χρόνο  $T/2$ .
- iii) Έχει διαδοθεί κύμα σε απόσταση  $\lambda + \lambda/4$ , συνεπώς η πηγή του κύματος έχει εκτελέσει 1,25 ταλαντώσεις.
- α) Το σημείο Ε είναι έτοιμο να ξεκινήσει την ταλάντωσή του, ξεκινώντας την κίνησή του από τη θέση ισορροπίας, κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση. Συνεπώς η φάση του είναι ίση με  $\pi$ . Άρα η φάση του Γ, το οποίο έχει κάνει ήδη μισή ταλάντωση, θα έχει φάση ίση με  $2\pi$ .
- β) Αφού το διαδιδόμενο κύμα στο σημείο που φτάνει έχει φάση  $\pi$  κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση, συμπαιρένουμε ότι και όταν ξεκίνησε η πηγή την ταλάντωσή της κινήθηκε προς την αρνητική κατεύθυνση, έχοντας αρχική φάση  $\pi$ .

### Εξισώσεις κυμάτων και άλλες.

Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αντιστοιχεί σε τρέχον κύμα, ποια σε στάσιμο κύμα και ποια σε απλή αρμονική ταλάντωση. Αυτή που περισσεύει, σε τι αντιστοιχεί;

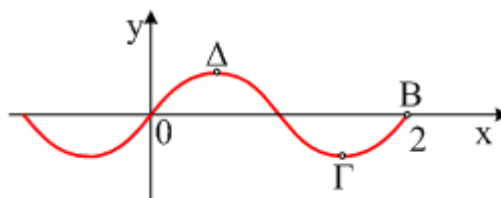
- i)  $y = 4 \sin(\pi x) \eta\mu(0,1\pi t)$
- ii)  $y = 3 \sin(\pi) \eta\mu 2\pi(4t-0,2x)$
- iii)  $y = 5 \sin(\pi t) \eta\mu(101\pi t)$
- iv)  $y = 0,1 \sin(\pi) \eta\mu(8\pi t)$

Απάντηση:

- i) Στάσιμο κύμα
- ii) Τρέχον κύμα.
- iii) Ταλάντωση που το πλάτος παρουσιάζει διακροτήματα.
- iv) Απλή αρμονική Ταλάντωση.

### Φάσεις σημείων σε ένα κύμα.

Δίνεται το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά.



Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

- i) Η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής  $y = A \eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$
- ii) Η φάση του σημείου Β είναι ίση με μηδέν.
- iii) Η φάση του σημείου Γ είναι ίση με  $1,5\pi$
- iv) Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Δ και Γ είναι ίση με  $\pi$ .

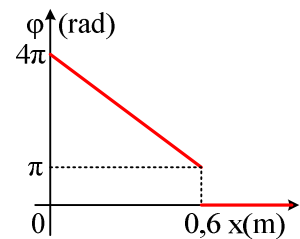
Απάντηση:

Το σημείο Β θα κινηθεί προς την αρνητική κατεύθυνση άρα έχει φάση ίση με  $\pi$ . Κατά συνέπεια οι απαντήσεις είναι:

- i) Η εξίσωση του κύματος είναι της μορφής  $y = A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$  **Λ**
- ii) Η φάση του σημείου Β είναι ίση με μηδέν. **Λ**
- iii) Η φάση του σημείου Γ είναι ίση με  $1,5\pi$ . **Σ**
- iv) Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Δ και Γ είναι ίση με  $\pi$ . **Σ**

### Διάγραμμα φάσης.

Στο διάγραμμα δίνεται η φάση ενός ημιτονοειδούς κύματος πλάτους  $0,1\text{m}$  σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1,5\text{s}$ . Η πηγή βρίσκεται στη θέση  $x=0$ .



Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- i) Τη στιγμή  $t_1$  η πηγή έχει εκτελέσει 2 ταλαντώσεις.
- ii) Το σημείο Σ στη θέση  $x_1 = 0,6\text{m}$  τη στιγμή  $t_1$  βρίσκεται στη θέση ισορροπίας.
- iii) Η ταχύτητα του κύματος είναι ίση με  $v = 0,4\text{m/s}$ .
- iv) Η πηγή τη στιγμή  $t_1$  περνά από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς την θετική κατεύθυνση.
- v) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημείου του μέσου έχει μέτρο  $0,614\text{m/s}$ .

### Απάντηση:

Τη στιγμή  $t_1$  το κύμα έχει φτάσει στη θέση  $x_1 = 0,6\text{m}$ , οπότε η ταχύτητα του κύματος είναι:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{0,6}{1,5} = 0,4\text{m/s}$$

Στο σημείο που έχει φτάσει το κύμα (σημείο Σ) έχει φάση  $\pi$  δηλαδή αρχίζει την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση, συνεπώς η διαφορά φάσης μεταξύ της πηγής και του Σ είναι  $4\pi - \pi = 3\pi$ , πράγμα που σημαίνει ότι η πηγή, στη θέση  $x=0$  έχει εκτελέσει  $1,5$  ταλαντώσεις τη στιγμή  $t_1$ .

Μέσα σε χρόνο  $1,5\text{s}$  η πηγή εκτέλεσε  $1,5$  ταλαντώσεις, άρα η περίοδος είναι  $T = \frac{t}{N} = \frac{1,5}{1,5} = 1\text{s}$  και η πηγή

βρίσκεται στη θέση ισορροπίας με φορά κίνησης προς τα πάνω. Σημειώνεται ότι η αρχική φάση της πηγής είναι επίσης  $\varphi_0 = \pi$ .

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι  $v_{\max} = \omega \cdot A = 2\pi \cdot 0,1\text{m/s} = 0,628\text{m/s}$ .

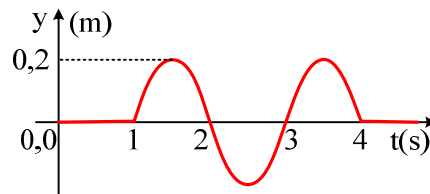
Έτσι οι απαντήσεις είναι:

- i) Τη στιγμή  $t_1$  η πηγή έχει εκτελέσει 2 ταλαντώσεις. **Λ**.
- ii) Το σημείο Σ στη θέση  $x_1 = 0,6\text{m}$  τη στιγμή  $t_1$  βρίσκεται στη θέση ισορροπίας. **Σ**.
- iii) Η ταχύτητα του κύματος είναι ίση με  $v = 0,4\text{m/s}$ . **Σ**.
- iv) Η πηγή τη στιγμή  $t_1$  περνά από τη θέση ισορροπίας και κινείται προς την θετική κατεύθυνση. **Σ**

ν) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε σημείου του μέσου έχει μέτρο  $0,614\text{m/s}$ . **Λ.**

### Ταλάντωση σημείου

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο σημείου Σ, ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, κατά μήκος του οποίου διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Το σημείο Σ απέχει  $2\text{m}$  από την πηγή του κύματος.



i) Το μήκος κύματος είναι:

- α)  $0,2\text{m}$       β)  $1\text{m}$       γ)  $2\text{m}$       δ)  $4\text{m}$

ii) Τη χρονική στιγμή  $t_1=3,5\text{s}$  η πηγή του κύματος έχει απομάκρυνση και ταχύτητα:

- α)  $y=-0,2$  και  $v=0$       β)  $y=0$  και  $v=-0,2\pi\text{ m/s}$       γ)  $y=0$  και  $v=0$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

#### Απάντηση:

- i) Το κύμα φτάνει στο σημείο Σ τη στιγμή  $t=1\text{s}$ , συνεπώς η ταχύτητα του κύματος είναι ίση  $v=x/t=2\text{m/s}$ , ενώ η περίοδος ταλάντωσης με βάση το σχήμα είναι  $T=2\text{s}$ , οπότε  $\lambda=v \cdot T=4\text{m}$ . Σωστή η δ) πρόταση.
- ii) Παρατηρούμε ότι το σημείο Σ εκτέλεσε  $1,5$  ταλάντωση και σταμάτησε να ταλαντώνεται. Άρα το ίδιο έκανε και η πηγή του κύματος, η οποία κατά συνέπεια ταλάντώθηκε για χρονικό διάστημα  $\Delta t=1,5 \cdot T=3\text{s}$ . Τη χρονική στιγμή λοιπόν  $t_1=3,5\text{s}$  παραμένει ακίνητη στη θέση ισορροπίας της. Σωστή είναι η γ) πρόταση.

### Δύο κύματα σε ένα ελαστικό μέσο.

Στα άκρα Κ και Λ ενός ελαστικού μέσου υπάρχουν δύο πηγές κύματος, οι οποίες αρχίζουν ταυτόχρονα να παράγουν εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται κατά μήκος του μέσου. Η πρώτη πηγή ταλαντώνεται με περίοδο  $T=1\text{s}$  και παράγει κύματα με μήκος κύματος  $\lambda_1$ , ενώ η δεύτερη έχει περίοδο ταλάντωσης  $T_2=0,6\text{s}$ .

i) Τα δύο κύματα θα συναντηθούν:

- α) Στο μέσον Μ της ΚΛ  
β) Σε ένα σημείο μεταξύ Κ και Μ.  
γ) Σε σημείο μεταξύ Μ και Λ.

ii) Αν κάποια στιγμή πάνω στη χορδή έχει διαδοθεί το πρώτο κύμα σε απόσταση ίση με τρία μήκη κύματος ( $d_1=3\lambda_1$ ), τότε το δεύτερο κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση  $d_2$ , όπου:

- α)  $d_2=3\lambda_2$       β)  $d_2=4\lambda_2$       γ)  $d_2=5\lambda_2$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

#### Απάντηση:

i) Η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων είναι ίδια, αφού εξαρτάται από τις ιδιότητες του ελαστικού μέ-

σου και όχι από τη συχνότητα ή το μήκος κύματος. Συνεπώς τη στιγμή της συνάντησης τα δύο κύματα θα έχουν διανύσει ίσες αποστάσεις  $d_1=d_2=v \cdot t$ . Συνεπώς σωστή πρόταση είναι η α).

- ii) Τη στιγμή που το πρώτο κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση  $d_1=3\lambda$ , η πηγή έχει εκτελέσει 3 ταλαντώσεις, συνεπώς η απόσταση  $d_1$  μπορεί να γραφεί  $d_1=v \cdot 3T_1$ .

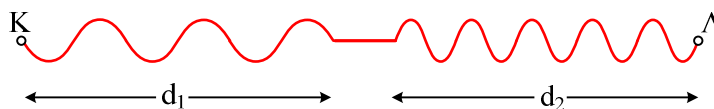
Αλλά τότε το δεύτερο κύμα θα έχει διαδοθεί σε ίση απόσταση:

$$d_2=d_1=v \cdot 3T_1=3 \frac{\lambda_2}{T_2} T_1=3\lambda_2 \frac{1s}{0,6s}=5\lambda_2$$

Σωστή πρόταση η γ).

Σχόλιο:

Η εικόνα του μέσου την παραπάνω στιγμή είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*