

Που βρίσκεται το σημείο Γ;

Ένα γραμμικό αρμονικό εγκάρσιο κύμα διαδίδεται με ταχύτητα 12 m/s. Το πλάτος των ταλαντώσεων των σημείων του μέσου είναι 0,2m και η συχνότητά του 2Hz.

Κάποια στιγμή ένα σημείο του μέσου, το Β, βρίσκεται στη θέση $y_B=5\text{cm}$ και πλησιάζει προς τη θέση ισορροπίας.

1. Ποια είναι η ταχύτητά του;
2. Ποια η απομάκρυνση και ποια η ταχύτητα ενός σημείου Γ το οποίο απέχει από το Β 1m και απέχει από την πηγή περισσότερο απ' ότι το Β;
3. Όταν το Γ βρεθεί για πρώτη φορά στην θέση ισορροπίας του που βρίσκεται το Β;

Απάντηση:

$$1. \quad y_B = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi) \Rightarrow \omega^2 \cdot y_B^2 = \omega^2 \cdot A^2 \cdot \eta\mu^2(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

$$v_B = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi) \Rightarrow v_B^2 = A^2 \cdot \omega^2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \omega^2 \cdot y_B^2 + v_B^2 = \omega^2 \cdot A^2 \Rightarrow v_B = \pm \omega \sqrt{A^2 - y_B^2} = \pm 0,2\pi\sqrt{15} \frac{m}{s}$$

Επειδή πλησιάζει την θέση ισορροπίας έχει αρνητική ταχύτητα οπότε $v_B = -0,2\pi\sqrt{15} \frac{m}{s}$

$$2. \text{ Αν } V \text{ η ταχύτητα διάδοσης τότε } V = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} = 6m.$$

Η φάση του σημείου Γ είναι μικρότερη από αυτήν του Β κατά $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\text{B}\Gamma) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}.$

$$\begin{aligned} y_\Gamma &= A \cdot \eta\mu\varphi_\Gamma = A \cdot \eta\mu\left(\varphi_B - \frac{\pi}{3}\right) = A \cdot \eta\mu\varphi_B \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} - A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_B \cdot \eta\mu\frac{\pi}{3} \\ &= A \cdot \eta\mu\varphi_B \cdot \frac{1}{2} - \frac{A \cdot \omega}{\omega} \sigma\upsilon\nu\varphi_B \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y_B}{2} - \frac{v_B}{\omega} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{0,05}{2} + \frac{0,2\pi\sqrt{15} \sqrt{3}}{4\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y_\Gamma &= \frac{1 + \sqrt{45}}{40} m \approx 19\text{cm} \end{aligned}$$

Η ταχύτητά του είναι:

$$\begin{aligned} v_\Gamma &= A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_\Gamma = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\varphi_B - \frac{\pi}{3}\right) = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_B \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} + A \cdot \omega \cdot \eta\mu\varphi_B \cdot \eta\mu\frac{\pi}{3} \\ &= v_B \cdot \frac{1}{2} + x_B \cdot \omega \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,1\pi\sqrt{15} + 0,05 \cdot 2\pi\sqrt{3} \approx -0,67 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Δηλαδή το Γ πλησιάζει την θέση ισορροπίας του.

3. Όταν το Γ βρεθεί για πρώτη φορά στη θέση ισορροπίας του θα έχει ταχύτητα αρνητική.

Η φάση του θα είναι π . Το σημείο Β έχοντας φάση μεγαλύτερη κατά $\frac{\pi}{3}$ θα έχει φάση $\varphi_B = \pi + \frac{\pi}{3}$.

$$\text{Τότε } y_B = A \cdot \eta\mu\varphi_B = A \cdot \eta\mu\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -A \cdot \eta\mu\frac{\pi}{3} = -0,2 \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,1\sqrt{3}m$$

Παρατήρηση:

Συνήθως προσπαθούμε να βρούμε από την θέση και την ταχύτητα του Β τις χρονικές στιγμές που συμβαίνει αυτό. Από τις χρονικές στιγμές βρίσκουμε θέση και ταχύτητα του Γ.

Στο παρόν πρόβλημα κάτι τέτοιο είναι δύσκολο διότι που να βρίσκεις γωνία με ημίτονο $\frac{1}{4}$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Γιάννης Κοριακόπουλος