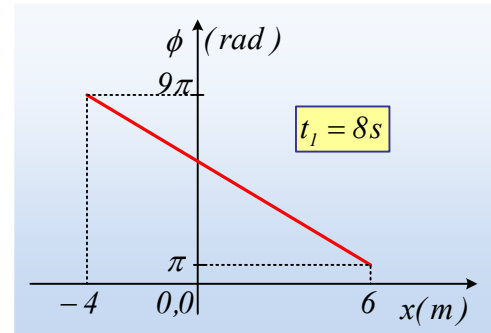


Πληροφορίες από ένα διάγραμμα φάσης.

Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και στο διάγραμμα δίνεται η φάση της απομάκρυνσης των σημείων του μέσου τη χρονική στιγμή $t_1=8s$, όπου τη στιγμή $t_0=0$ ξεκίνησε η πηγή του κύματος, την ταλάντωσή της.



- i) Το κύμα αυτό διαδίδεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά και γιατί;
- ii) Να βρεθεί η περίοδος και το μήκος του κύματος.
- iii) Ποια είναι η εξίσωση του κύματος, αν το πλάτος του είναι $0,5m$;
- iv) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την παραπάνω στιγμή.

Απάντηση:

- i) Από το διάγραμμα που δίνεται προκύπτει όταν αυξάνεται το x , μειώνεται η φάση της απομάκρυνσης για την ταλάντωση των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου. Συνεπώς το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση (προς τα δεξιά) και η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση $x=-4m$, παρουσιάζοντας και την μεγαλύτερη φάση.
- ii) Τη στιγμή t_1 το κύμα έχει φτάσει στη θέση $x=6m$, οπότε το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση αυτή, αρχίζει την ταλάντωσή του, έχοντας αρχική φάση ίση με π (rad). Αυτό σημαίνει ότι αρχίζει την ταλάντωσή του ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση. Αλλά τότε την ίδια αρχική φάση είχε και η πηγή, όταν ξεκίνησε την ταλάντωσή της, η απομάκρυνση της οποίας υπακούει στην εξίσωση $y=A\cdot\eta\mu(\omega t+\pi)$ (S.I.). Αλλά τότε η μεταβολή της φάσης της σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_t - \varphi_0 = (\omega t + \pi) - \pi = \omega t$$

Όπου τη στιγμή t_1 $\Delta\varphi = 9\pi - \pi = 8\pi$, οπότε:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{t_1} = \frac{8\pi}{8} \text{ rad/s} = \pi \text{ rad/s} \text{ και } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2s$$

(Εναλλακτικά η φάση της πηγής αυξήθηκε κατά 8π , συνεπώς πραγματοποίησε 4 ταλαντώσεις σε $8s$, οπότε $T=2s$)!!!

Αλλά η ταχύτητα του κύματος είναι ίση με:

$$v = \frac{d}{t_1} = \frac{x_t - x_a}{t_1} = \frac{10m}{8s} = 1,25m/s$$

Αλλά τότε $\lambda = v \cdot T = 1,25 \cdot 2m = 2,5m$.

Εναλλακτικά αφού η πηγή έχει εκτελέσει 4 ταλαντώσεις, το μήκος κύματος είναι:

$$\lambda = \frac{d}{4} = \frac{10}{4} \text{ m} = 2,5 \text{ m}$$

iii) Έστω ένα σημείο Σ στη θέση x. Το σημείο αυτό θα καθυστερήσει την ταλάντωσή του κατά:

$$t' = \frac{d'}{v} = \frac{x - x_{\pi}}{v} = \frac{x - (-4)}{1,25} \text{ s} = \frac{x + 4}{1,25} \text{ s}$$

Οπότε η εξίσωση του κύματος θα είναι:

$$y = A \cdot \eta\mu[\omega(t - t') + \pi] = A \cdot \eta\mu\left[\pi\left(t - \frac{x + 4}{1,25}\right) + \pi\right] \rightarrow$$

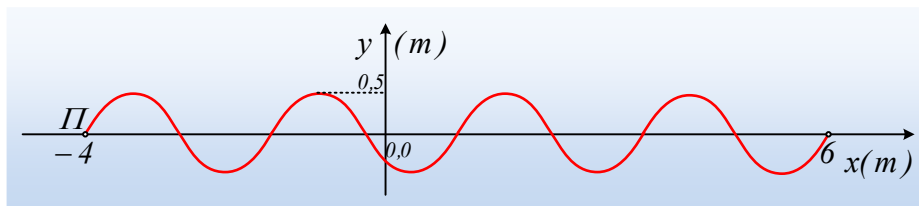
$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2,5} - \frac{2}{1,25} + \frac{1}{2}\right) \rightarrow$$

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{2} - \frac{x}{2,5} - 1,1\right) \text{ με } t \geq 0 \text{ και } -4 \leq x \leq -4 + 1,25t \text{ (S.I.)}$$

iv) Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του κύματος $t_1 = 8 \text{ s}$ παίρνουμε:

$$y = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{8}{2} - \frac{x}{2,5} - 1,1\right) = 0,5 \cdot \eta\mu 2\pi\left(2,9 - \frac{x}{2,5}\right) = 0,5 \cdot \eta\mu\left(5,8\pi - \frac{2\pi x}{2,5}\right)$$

Η χάραξη της καμπύλης που παριστά η παραπάνω εξίσωση, δεν είναι και το ευκολότερο πράγμα!!! Όμως μπορούμε να δούμε ότι η πηγή, στη θέση $x_{\pi} = -4 \text{ m}$, έχει πραγματοποιήσει 4 ταλαντώσεις, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα ταλάντωσης, όπως ακριβώς και το σημείο στη θέση $x = 6 \text{ m}$. Εξάλλου έχουμε διάδοση του κύματος σε απόσταση 4 μήκη κύματος. Έτσι με βάση όλες αυτές τις παρατηρήσεις, η γραφική παράσταση η οποία παριστά το στιγμιότυπο του κύματος, είναι όπως στο παρακάτω διάγραμμα.



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης