

**Αν δίνονται άλλες πληροφορίες για ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα.**

Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, προς την θετική κατεύθυνση (από αριστερά προς τα δεξιά) και τη στιγμή  $t=0$  φτάνει στο σημείο Κ στη θέση  $x=1,8\text{m}$ . Το σημείο Κ ξεκινά την ταλάντωσή κινούμενο προς τα πάνω (θετική φορά) και φτάνει στην ακραία θέση του, σε απόσταση  $0,2\text{m}$  σε χρονικό διάστημα  $\Delta t=0,25\text{s}$ , ενώ στο μεταξύ το κύμα έχει διαδοθεί φτάνοντας στο σημείο Λ, όπου  $(ΚΛ)=0,1\text{m}$ .

- i) Να υπολογισθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, καθώς και η εξίσωση του κύματος.
- ii) Να βρεθεί η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Ο, στη θέση  $x_1=0$ , σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- iii) Να βρεθεί η θέση μέχρι την οποία έχει διαδοθεί το κύμα στη στιγμή  $t_1=1\text{s}$ .
- iii) Να βρεθούν οι θέσεις των σημείων, τα οποία τη στιγμή  $t_2=0$  έχουν μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα ταλάντωσης, στην περιοχή  $-0,5\text{m} \leq x \leq 0,5\text{m}$ .
- iv) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_1=1\text{s}$ .

**Απάντηση:**

- i) Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

$$v = \frac{(ΚΛ)}{\Delta t} = \frac{0,1\text{m}}{0,25\text{s}} = 0,4\text{m/s}$$

Εξάλλου το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  που χρειάστηκε το υλικό σημείο στη θέση  $x_1=1,8\text{m}$  να πάει από τη θέση ισορροπίας στην ακραία θέση του, είναι ίσο με:

$$\Delta t = \frac{T}{4} \rightarrow T = 4\Delta t = 1\text{s}, \text{ ενώ } v = \lambda f \rightarrow \lambda = vT = 0,4\text{m}$$

Το υλικό σημείο στο Κ λοιπόν, ξεκινά την ταλάντωσή του, χωρίς αρχική φάση και η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι:

$$y_K = A \cdot \eta\mu(\omega t) = 0,2 \cdot \eta\mu(2\pi t) \text{ μονάδες στο S.I. και } t > 0$$

Αλλά τότε ένα σημείο δεξιά του Κ στη θέση  $x$ , θα καθυστερήσει την ταλάντωσή του κατά:

$$t_1 = \frac{x - x_K}{v} = \frac{x - 1,8}{0,4} \text{ s}$$

Οπότε η εξίσωση της απομάκρυνσής του (εξίσωση του κύματος), θα είναι:

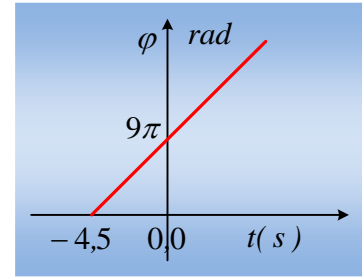
$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - t_1) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(t - \frac{x - 1,8}{0,4}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2,5x + 4,5) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2,5x + 4,5) \text{ με } t \in \mathbb{R} \text{ και } t \geq 2,5x - 4,5 \text{ μονάδες στο S.I.}$$

- ii) Η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Ο στη θέση  $x=0$  είναι:

$$\varphi = 2\pi t - 5\pi x + 9\pi = 2\pi t + 9\pi \text{ (rad) με } t \in \mathbb{R} \text{ και } t \geq -4,5 \text{ s.}$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση, είναι με βάση τα παραπάνω, αυτή του διπλανού σχήματος.



- iii) Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το κύμα έχει φτάσει σε κάποιο σημείο, έστω Σ, το οποίο ξεκινά την ταλάντωσή του. Αλλά τότε και το σημείο Σ έχει τη στιγμή  $t_1=1\text{s}$  φάση απομάκρυνσης  $\varphi_\Sigma=0$ , οπότε:

$$\varphi = 2\pi(t - 2,5x + 4,5) = 0 \rightarrow 1 - 2,5x + 4,5 = 0 \rightarrow x = 2,2\text{m.}$$

Εναλλακτικά από 0-1s το κύμα έχει διαδοθεί κατά  $s = v \cdot \Delta t = 0,4\text{m}$ , ξεκινώντας από το σημείο Κ με  $x_K = 1,8\text{m}$  φτάνοντας στο σημείο Σ με  $x_\Sigma = x_K + s = 2,2\text{m}$ .

- iv) Τα υλικά σημεία του μέσου τα οποία έχουν μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα, είναι αυτά που διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους. Θέτοντας στην εξίσωση του κύματος λοιπόν  $t=0$  και  $y=0$ , έχουμε:

$$0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2,5x + 4,5) = 0 \rightarrow \eta\mu 2\pi(4,5 - 2,5x) = 0 \rightarrow$$

$$9\pi - 5\pi x = k\pi \rightarrow x = 1,8 - 0,2k$$

οπότε αφού θέλουμε  $-0,5\text{m} \leq x \leq 0,5\text{m}$ , πρέπει:

$$-0,5 \leq 1,8 - 0,2k \leq 0,5 \rightarrow$$

$$-2,3 \leq -0,2k \leq -1,3 \rightarrow$$

$$6,5 \leq k \leq 11,5 \rightarrow$$

Άρα οι δυνατές ακέραιες τιμές του  $k$  είναι:  $k = 7, 8, 9, 10$  και  $11$ .

Οπότε οι θέσεις των υλικών σημείων θα είναι:

$$x_1 = 0,4\text{m}, x_2 = 0,2\text{m}, x_3 = 0,0\text{m}, x_4 = -0,2\text{m} \text{ και } x_5 = -0,4\text{m}.$$

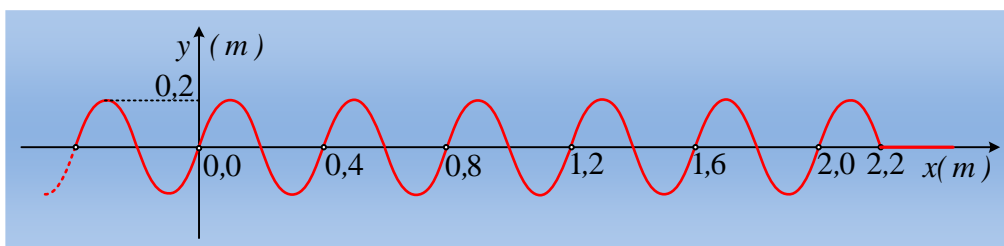
- v) Αντικαθιστώντας την τιμή  $t_1=1\text{s}$  στην εξίσωση του κύματος παίρνουμε:

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(1 - 2,5x + 4,5) = 0,2 \cdot \eta\mu(2\pi - 5\pi x + 9\pi) = 0,2 \cdot \eta\mu(11\pi - 5\pi x) \rightarrow$$

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu(\pi - 5\pi x) = 0,2 \cdot \eta\mu(5\pi x)$$

ενώ με βάση την απάντηση στο iii) ερώτημα  $x \leq 2,2\text{m}$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



## **Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*