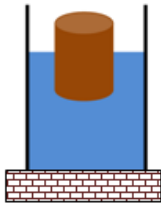


Ένας κύλινδρος σε υγρό και μια τροχαλία.



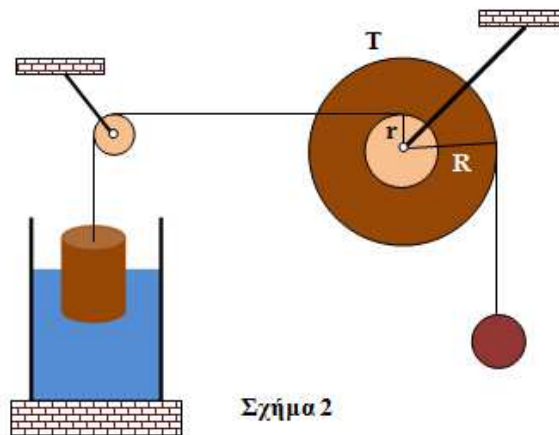
Σχήμα 1

Ένας κύλινδρος μάζας $m = 8\text{kg}$ και εμβαδού βάσης $A = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ επιπλέει όρθιος και ηρεμεί σε ισορροπία μέσα υγρό όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

Το δοχείο που περιέχει το υγρό έχει εμβαδόν βάσης $A_1 = 200 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ και στη θέση αυτή η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού βρίσκεται σε ύψος $h=1\text{m}$ από τον πυθμένα του δοχείου.

A. Αγνοήστε την ατμοσφαιρική πίεση και υπολογίστε τη δύναμη που δέχεται ο πυθμένας του δοχείου από το υγρό.

Η πυκνότητα του υγρού είναι $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Σχήμα 2

B. Δένουμε τον κύλινδρο σε κατακόρυφο αβαρές και μη εκτατό νήμα (ιδανικό νήμα), όπως στο σχήμα 2 και φέρνουμε το σύστημα σε ισορροπία.

Η διπλή τροχαλία T που φαίνεται στο σχήμα 2 έχει ακτίνες $R = 2r = 0,4\text{m}$, ροπή αδράνειας ως προς τον άξονά της $I = 0,04\text{Kgm}^2$ και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές ως προς οριζόντιο ακλόνητο άξονα κάθετο στο επίπεδό της διερχόμενο από το κέντρο μάζας της.

Τα νήματα δεν γλιστρούνε πάνω στις τροχαλίες.

Στο κάτω άκρο του ιδανικού νήματος που περιβάλλει τον μεγάλο τροχό της τροχαλίας είναι δεμένη σφαίρα μάζας $m_1 = 2\text{kg}$.

B1. Να υπολογίσετε την πίεση στη βάση του κυλίνδρου που είναι βυθισμένη στο υγρό στη θέση ισορροπίας που φαίνεται στο σχήμα 2.

B2. Να εξετάσετε αν το ύψος του υγρού στη νέα κατάσταση ισορροπίας βρίσκεται χαμηλότερα ή ψηλότερα από την αρχική θέση ισορροπίας στο σχήμα 1, και στη συνέχεια να βρείτε τη διαφορά των υψών.

Γ. Κάποια χρονική στιγμή κόβεται το κατακόρυφο νήμα που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία.

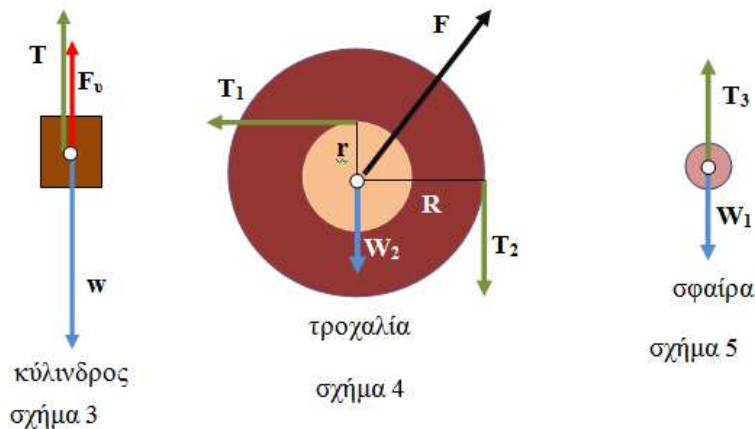
Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος σφαίρα – τροχαλία- κατακόρυφο νήμα , αμέσως μετά.

Γ2. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή που η σφαίρα θα έχει μετακινηθεί από την αρχική της θέση προς τα κάτω κατά 1,8 m.

Απάντηση

A. $F_{\pi} = p_{\pi} \cdot A_1 = \rho gh A_1 = 2000 \text{ N}$.

B1. Στον κύλινδρο ασκείται το βάρος του w η τάση του νήματος T και η δύναμη από το υγρό F_v όπως στο σχήμα 2. Από την ισορροπία την ισορροπία του κυλίνδρου προκύπτει ότι $F_v = w - T$ (1)



Από την στροφική ισορροπία της τροχαλίας (σχήμα 4) προκύπτει ότι $T_1 r = T_2 R = T_2 2r$ ή $T_1 = 2T_2$ (2) όπου T_1 η τάση του οριζόντιου νήματος και T_2 η τάση του κατακόρυφου νήματος. Το βάρος w_2 της τροχαλίας και η δύναμη στήριξης F έχουν μηδενικές ροπές και δεν επηρεάζουν την στροφική ισορροπία.

Όμως $T = T_1$ (3) (νήμα ιδανικό) και έτσι η (1) με βάση τις (2) και (3) γράφεται: $F_v = w - 2T_2 = mg - 2T_2$ (4)

Από την ισορροπία του σώματος Σ (σχήμα 5) προκύπτει ότι $w_1 = T_3$ ή $T_3 = m_1 g = 20 \text{ N}$ (5)

Αλλά $T_3 = T_2$ (νήμα ιδανικό) άρα $T_2 = 20 \text{ N}$ και με βάση την (5) $F_v = (80 - 40) \text{ N} = 40 \text{ N}$

Οπότε $p = \frac{F_v}{A} = \frac{40}{5 \cdot 10^{-3}} \text{ pa} = 8 \cdot 10^4 \text{ pa}$.

B2. Η δύναμη $F_{v,ap}$ που δέχεται ο κύλινδρος από το υγρό στην αρχική θέση ισορροπίας (σχήμα 1) είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος του αφού δεν υπάρχει ατμοσφαιρικός αέρας. Έτσι αν h_1 το ύψος του κυλίνδρου που είναι μέσα στο υγρό θα έχουμε:

$$F_{v,ap} = mg \text{ ή } p_{v,ap} A = mg \text{ ή } \rho g h_1 A = mg \quad \text{άρα } h_1 A = \frac{m}{\rho} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Στην νέα θέση ισορροπίας σχήμα 2 θα είναι $F_v = \rho g h_2 A$ ή $h_2 A = \frac{F_v}{\rho g} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, όπου h_2

το ύψος του κυλίνδρου που είναι μέσα στο υγρό στη θέση αυτή.

Επομένως στη νέα θέση ισορροπίας έχει μειωθεί ο όγκος του κυλίνδρου που είναι βυθισμένος στο υγρό, κατά συνέπεια θα έχει ελαττωθεί και όγκος του υγρού που εκτοπίζει, οπότε η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού θα βρίσκεται χαμηλότερα στη νέα θέση σε σχέση με την αρχική θέση (σχ1).

Στην αρχική θέση ο όγκος του υγρού είναι $V = A_1 h - h_1 A = 192 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Στη νέα θέση ο όγκος του δοχείου θα είναι $V = A_1 \cdot h' - h_2 A$ ή $A_1 h' = V + h_2 A$ ή

$$h' = \frac{V + h_2 A}{A_1} = 0,98 \text{ m}$$

Συνεπώς η ελεύθερη επιφάνεια έχει πέσει κατά $h - h' = 0,02 \text{ m}$.

Γ1. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος είναι ίσος με την συνολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων. Οι δυνάμεις του νήματος είναι εσωτερικές δυνάμεις για το σύστημα, το βάρος της τροχαλίας και η δύναμη του άξονα είναι μεν εξωτερικές δυνάμεις αλλά έχουν μηδενικές ροπές επειδή τέμνουν τον άξονα.

$$\text{Οπότε } \frac{dL}{dt} = w_1 R = 8 \text{ Nm}$$

Γ2. Μετά το κόψιμο του νήματος η τροχαλία επιταχύνεται γωνιακά και η σφαίρα μεταφορικά.

Με εφαρμογή της Αρχής διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα έχουμε ότι:

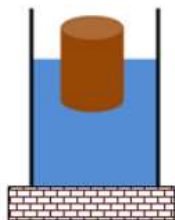
$$m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{όπου } v = \omega R \text{ επειδή η γραμμική ταχύτητα στην περιφέρεια της τροχαλίας είναι ίση με την ταχύτητα του σώματος. Άρα } \omega = \sqrt{\frac{2 m_1 g h}{m_1 R^2 + I}} = 10 \sqrt{2} \text{ rad/s}$$

Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Μανώλης Δρακάκης



Σχήμα 1