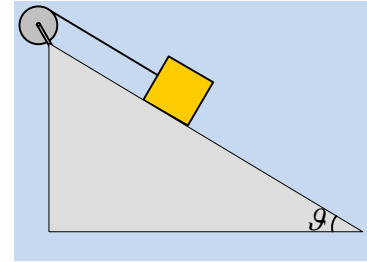


### Ολίσθηση κύβου και περιστροφή τροχαλίας.

Στην κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου έχει στερεωθεί μια τροχαλία μάζας  $m=2\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,2\text{m}$ , στο αυλάκι της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές μη ελαστικό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε έναν κύβο μάζας  $M=4\text{kg}$ , ο οποίος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής  $\mu=0,25$ . Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο τον κύβο να γλιστρήσει. Αν το νήμα είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο, η κλίση του οποίου είναι  $\theta$ , όπου  $\eta\mu\theta=0,6$  και  $g=10\text{m/s}^2$ , να βρεθούν:

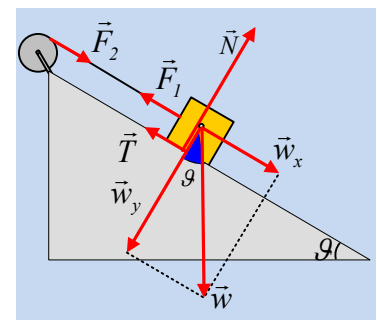


- i) Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος.
- ii) Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας, τη στιγμή που θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους  $1,25\text{m}$ .
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας κύβου και τροχαλίας την παραπάνω χρονική στιγμή.
- iv) Το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του κύβου, που μεταφέρεται στην τροχαλία μέχρι τη στιγμή που ο κύβος φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονά της  $I= \frac{1}{2} mR^2$ .

#### Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο καθώς και οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  που το αβαρές νήμα ασκεί σε κύβο και τροχαλία (η τάση του νήματος), όπου  $F_1=F_2$ .



Για τον κύβο:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = Mg \cdot \sigma\eta\nu\theta = 4 \cdot 10 \cdot 0,8\text{N} = 32\text{N}$$

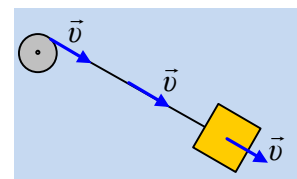
$$\Sigma F_x = M \cdot a \rightarrow Mg \cdot \eta\mu\theta - T - F_1 = M \cdot a \quad (1)$$

Για την τροχαλία:  $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F_2 \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$  ή

$$F_2 = \frac{1}{2} m \cdot R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Αλλά η ταχύτητα του κύβου κάθε στιγμή, είναι και ίση με την ταχύτητα κάθε σημείου του νήματος, συνεπώς και με την ταχύτητα, του σημείου του νήματος που άπτεται της τροχαλίας. Οπότε  $v_k = v_{\gamma\pi} = \omega \cdot R \rightarrow$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = a_{\gamma\omega\nu} R \quad (3)$$



Και με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη με χρήση της (3) παίρνουμε:

$$Mg \cdot \eta\mu\theta - T = (M + \frac{1}{2} m) \cdot a \rightarrow$$

$$a = \frac{Mg \cdot \eta\mu\theta - \mu Mg \cdot \sigma\eta\nu\theta}{M + \frac{m}{2}} = \frac{2Mg(\eta\mu\theta - \mu \cdot \sigma\eta\nu\theta)}{2M + m} \rightarrow$$

$$a = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10(0,6 - 0,25 \cdot 0,8)}{2 \cdot 4 + 2} \text{m/s}^2 = 3,2 \text{m/s}^2.$$

ii) Η κίνηση του κύβου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία ισχύουν:

$$v = a \cdot t \quad \text{και} \quad x = \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

Με απαλοιφή του χρόνου παίρνουμε:

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot x} = \sqrt{2 \cdot 3,2 \cdot 1,25} \text{ m/s} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

Αλλά τότε και η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου στην περιφέρεια της τροχαλίας έχει το ίδιο μέτρο και:

$$\omega = \frac{v_{\gamma\pi}}{R} = \frac{2\sqrt{2}}{0,2} \text{ rad/s} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

iii) Για τον κύβο έχουμε:

$$\frac{dK_{\kappa}}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \sigma \nu \nu \alpha}{dt} = \Sigma F \cdot v = M a \cdot v = 4 \cdot 3,2 \cdot 2\sqrt{2} \text{ J/s} = 25,6\sqrt{2} \text{ J/s}$$

Αντίστοιχα για την τροχαλία, όπου δέχεται δύναμη  $F_2 = \frac{1}{2} m \cdot a$  θα έχουμε:

$$\frac{dK_{\tau\pi}}{dt} = \frac{dW_{ολ}}{dt} = \frac{\Sigma \tau \cdot d\theta}{dt} = F_2 R \cdot \omega = \frac{1}{2} m a \cdot v = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3,2 \cdot 2\sqrt{2} \text{ J/s} = 6,4\sqrt{2} \text{ J/s}$$

iv) Τη στιγμή που ο κύβος φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο έχει μετατοπισθεί κατά  $x$  και η δυναμική του ενέργεια έχει μειωθεί κατά  $|\Delta U| = MgH = Mg \cdot x \cdot \eta \mu \theta$ .

Αντίστοιχα η κινητική ενέργεια που έχει αποκτήσει η τροχαλία θα είναι ίση με το έργο της δύναμης  $F_2$ , δηλαδή  $W_{F_2} = F_2 \cdot x = \frac{1}{2} m a \cdot x$ .

Συνεπώς το ζητούμενο ποσοστό θα είναι:

$$\pi = \frac{K_{\tau\pi}}{|\Delta U|} 100\% = \frac{\frac{1}{2} m a x}{M g x \cdot \eta \mu \theta} 100\% = \frac{m a}{2 M g \cdot \eta \mu \theta} 100\% \quad \text{ή}$$

$$\pi = \frac{m a}{2 M g \cdot \eta \mu \theta} 100\% = \frac{2 \cdot 3,2}{2 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 0,6} 100\% = 13,3\%$$

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Λιονύσης Μάργαρης*