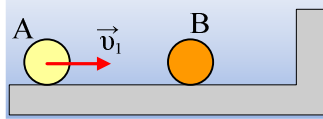


### Τρεις ερωτήσεις στις ελαστικές κρούσεις.

Η σφαίρα Α κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v_1$ , χωρίς να στρέφεται και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα Β, ίσης ακτίνας, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα Β μετά την κρούση μπορεί να συγκρουστεί ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο.



Να εξετάσετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- i) Οι δυο σφαίρες μπορεί να ξανασυγκρουστούν πριν προλάβει η Β να κτυπήσει στον τοίχο.
- ii) Αν οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες θα ξανασυγκρουστούν στην ίδια θέση με την πρώτη κρούση.
- iii) Αν  $m_2 = 2m_1$  οι σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για 2<sup>η</sup> φορά.

#### Απάντηση:

- i) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Μετά την κρούση η Β σφαίρα απομακρύνεται της Α και αυτό ανεξάρτητα της σχέσης των μαζών τους. Πράγματι, από Α.Δ.Ο. για την κρούση παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\rho\rho} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \rightarrow m_1 (v_1 - v_1') = m_2 v_2' \quad (1)$$

Και αφού η κρούση είναι ελαστική:  $K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετ}} \rightarrow$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \rightarrow m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \quad (2)$$

Με διαίρεση των (2) και (1) κατά μέλη και αφού  $v_1 - v_1' \neq 0$ , παίρνουμε:

$$v_1 + v_1' = v_2' \rightarrow v_1 = v_2' - v_1'$$

**«Η ταχύτητα με την οποία η Α σφαίρα πλησιάζει την Β πριν την κρούση, είναι ίση με την ταχύτητα με την οποία η Β απομακρύνεται της Α, μετά την κρούση»**

- ii) Αν οι δυο σφαίρες έχουν ίσες μάζες, τότε ανταλλάσσουν ταχύτητες, συνεπώς η Α θα παραμείνει ακίνητη, ενώ η Β θα αποκτήσει ταχύτητα μέτρου ίσο με  $v_1$ , προς τα δεξιά. Αλλά τότε θα συγκρουστεί με τον τοίχο και επιστρέφοντας θα συγκρουστεί για 2<sup>η</sup> φορά με την Α στην ίδια θέση που έγινε και η 1<sup>η</sup> κρούση.
- iii) Αν  $m_2 = 2m_1$ , τότε οι ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κρούση είναι:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} v_1 = -\frac{1}{3} v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} v_1 = \frac{2}{3} v_1$$

Αυτό σημαίνει ότι η Α αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά με μέτρο  $\frac{1}{3} v_1$ , ενώ η Β θα αποκτήσει διπλάσια ταχύτητα με φορά προς τα δεξιά. Αλλά τότε μετά την ελαστική της κρούση με τον κατακόρυφο

τοίχο θα αποκτήσει ταχύτητα, ίσου μέτρου  $\frac{2}{3}v_1$  προς τα αριστερά. Όμως έχοντας τώρα η Β σφαίρα διπλάσια ταχύτητα της Α, θα την φτάσει κάποια στιγμή και θα επακολουθήσει 2<sup>η</sup> κρούση μεταξύ τους. Η πρόταση είναι λοιπόν εσφαλμένη.

### Σχόλιο:

Η απάντηση στο i) ερώτημα θα μπορούσε να στηριχθεί και στους τύπους που μας δίνουν τις ταχύτητες μετά την κρούση. Έτσι έχουμε:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{και} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{v_2'}{v_1'} = \frac{2m_1}{m_1 - m_2}$$

- i) Αν  $m_1 < m_2$ , τότε ο παραπάνω λόγος προκύπτει αρνητικός, πράγμα που σημαίνει ότι η Α σφαίρα θα κινηθεί προς τα αριστερά, συνεπώς, αν συγκρουστούν, αυτό δεν πρόκειται να συμβεί πριν την κρούση της Β με τον τοίχο και την κίνησή της προς τα αριστερά.
- ii) Αν  $m_1 > m_2$ , τότε  $\frac{v_2'}{v_1'} = \frac{2m_1}{m_1 - m_2} > 2$ , δηλαδή η Β σφαίρα αποκτά πολύ μεγαλύτερη ταχύτητα της Α και δεν πρόκειται να έχουμε 2<sup>η</sup> κρούση μεταξύ τους, πριν η Β συγκρουστεί με τον τοίχο.
- iii) Τέλος αν οι μάζες είναι ίσες, σύμφωνα με την απάντηση στο δεύτερο ερώτημα η κρούση θα συμβεί μετά της κρούση της Β με τον τοίχο και την επιστροφή της στο σημείο της 1<sup>ης</sup> κρούσης.

### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*