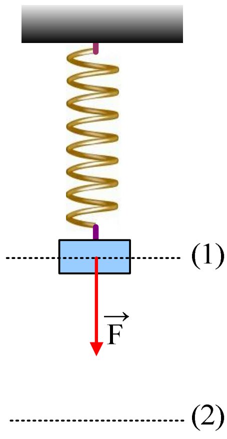
Ένα δεύτερο θέμα με δυο ταλαντώσεις.



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα, θέση (1). Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη **F**, μέχρι τη θέση (2) που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος, όπου και η δύναμη παύει να ασκείται.

i) Αν η διάρκεια της κίνησης προς τα κάτω, από την θέση (1) μέχρι τη θέση (2), με την επίδραση της δύναμης F είναι t_1, ενώ η διάρκεια της επιστροφής, μέχρι την αρχική του θέση (1) είναι t_2, τότε για το λόγο t_1/t_2 ισχύει:

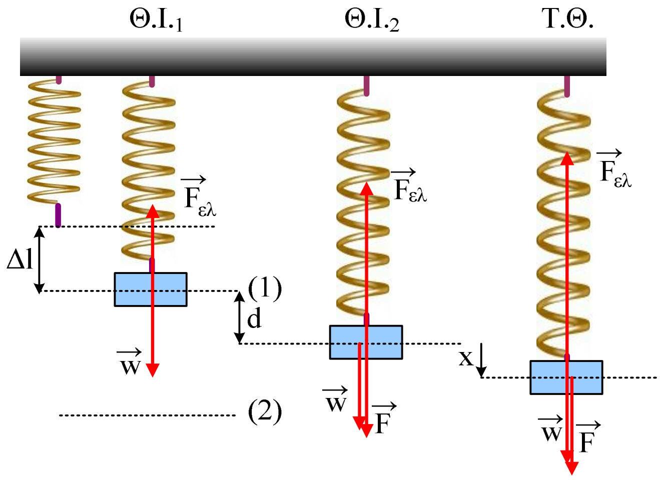
α) $\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{3}$ β) $\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{2}$ γ) $\frac{t_1}{t_2}=1$ δ) $\frac{t_1}{t_2}=2$

ii) Αν υ_1 το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος κατά την κάθοδο και υ_2 το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας κατά την άνοδο, τότε ισχύει:

α) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{1}{2}$ β) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=1$ γ) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=2$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:



Το σώμα αρχικά ισορροπεί στην Θ.Ι.$_1$, όπου το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$. Από την συνθήκη ισορροπίας βρίσκουμε $\Sigma F=0 \rightarrow k\cdot\Delta\ell=Mg$ (1). Μόλις ασκηθεί πάνω του η δύναμη F αρχίζει να επιταχύνεται μέχρι την Θ.Ι.$_2$, όπου ξανά $\Sigma F=0 \rightarrow F+w=k\cdot(\Delta\ell+d) \rightarrow F=k\cdot d$ (2).

Έστω μια τυχαία θέση τώρα η οποία απέχει κατά x, από την Θ.Ι.$_2$. Για τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του έχουμε:

$$\Sigma F=F+w-F_{\varepsilon\lambda}=F+Mg-k(\Delta\ell+d+x) = -k\cdot x.$$

Η παραπάνω σχέση μας λέει ότι το σώμα με την επίδραση της δύναμης F εκτελεί ΑΑΤ, γύρω από την Θ.Ι.$_2$ με σταθερά επαναφοράς D=k και πλάτος A_1=d.

i) Το χρονικό διάστημα που διαρκεί η κίνηση προς τα κάτω είναι ίσο με μισή περίοδο της εκτελούμενης ταλάντωσης, δηλαδή: $t_1 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{M}{k}}$.

Εξάλλου μετά την κατάργηση της δύναμης θα εκτελέσει μια νέα ταλάντωση, γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας Θ.Ι.$_1$ συνεπώς με πλάτος A_2=2d, αφού ξεκινά με μηδενική ταχύτητα. Οπότε το απαιτούμενο χρονικό διάστημα για να φτάσει στην θέση ισορροπίας θα είναι $t_2 = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}}$.

Αλλά τότε ο λόγος είναι:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\pi\sqrt{\frac{M}{k}}}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{k}}} = 2$$

Σωστή είναι λοιπόν η γ) πρόταση.

ii) Μέγιστη ταχύτητα το σώμα για την κίνησή του από την θέση (1) στη θέση (2) έχει στη Θ.Ι.$_2$ και έχει μέτρο $\upsilon_1 = \omega \cdot A_1 = \omega \cdot d$, ενώ κατά την άνοδό του, μέγιστη ταχύτητα θα έχει τη στιγμή που φτάνει στην αρχική θέση ισορροπίας του, με μέτρο $\upsilon_2 = \omega \cdot A_2 = \omega \cdot 2d$. Αξίζει να τονισθεί ότι το ω είναι το ίδιο (όπως και η περίοδος $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$. Οπότε έχουμε:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\omega d}{2\omega d} = \frac{1}{2}$$

iii) Σωστή η α) πρόταση.

Σχόλιο.

Το σώμα εκτελεί αατ με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$, είτε ταλαντώνεται με την επίδραση μόνο του βάρους του, είτε του ασκούμε και μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη όπως παραπάνω. Αυτό σημαίνει ότι πρακτικά η άσκηση της δύναμης ισοδυναμεί με αύξηση του βάρους. Αλλά εδώ μπορεί να γίνει εύκολα το λάθος και να θεωρήσει κάποιος ότι αυτό συνεπάγεται και αύξηση της μάζας, συνεπώς και της περιόδου. Και προφανώς κάτι τέτοιο θα ήταν λάθος.

Αν θέλαμε να κάνουμε το συσχετισμό, αρκεί να σκεφτούμε την ταλάντωση του ίδιου σώματος στον πλανήτη Δία, όπου θα είχαμε μεγαλύτερο g, συνεπώς και βάρος, αλλά όχι μεγαλύτερη μάζα.

Βέβαια θα μπορούσαμε να το δούμε και αντίστροφα. Το σώμα θα εκτελούσε ταλάντωση ίδιας περιόδου, ακόμη και εκτός πεδίου βαρύτητας. Στην περίπτωση αυτή, η θέση ισορροπίας θα ήταν η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και αν το εκτρέπαμε από την θέση αυτή, θα εκτελούσε αατ, με την ίδια περίοδο, η οποία προφανώς εξαρτάται από τη μάζα του σώματος.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης